Vor 200 Jahren kam dem bayerischen Trigonometer Johann Martin Hermann (1785-1841) die Idee zum ersten Planimeter. Das Instrument konnte den Inhalt einer Fläche, deren Grenzen krumm und unregelmäßig verlaufen, erstmals exakt berechnen. In den Anfangsjahren der bayerischen Landesvermessung war dies von großer Bedeutung für die Steuerberechnung. Ein Planimeter fährt die Grenzlinien eines Grundstücks auf einer Zeichnung ab und ermittelt den Flächeninhalt mechanisch mittels kontinuierlicher Multiplikation, also Integralrechnung.

Hermanns geniale Idee wurde zu seinen Lebzeiten nicht umgesetzt. Der Katalog und die Ausstellung am Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung erinnern an das Wirken dieses „stillen" Pioniers, über den kaum Persönliches bekannt ist. Zugleich wird die weitere Entwicklung des Planimeters aufgerollt – von der Flächenberechnungsmaschine der Vermesser Zobel und Müller bis zu den Planimetern von Gonnella, Wetli-Starke, Hansen-Ausfeld und Amsler.

ISBN 978-3-89933-593-4
9 783899 335934

AUSSTELLUNGSKATALOG 200 JAHRE PLANIMETER EIN BAYERISCHER VERMESSER UND SEINE GENIALE IDEE

200 Jahre Planimeter

Ein bayerischer Vermesser und seine geniale Idee

1814 - 2014

LANDESAMT FÜR DIGITALISIERUNG, BREITBAND UND VERMESSUNG

Deutsches Museum

Bayerisches Hauptstaatsarchiv

Мед. = 6.45
+0,24
−0,17
−0.11
−0,03
6.47
12,87
19.37
М. 6.45
1,87
3,64
5.56
М. 1.85
1.44
2,90
4.25
М 1.44
1.47
3.00
4.57
М 1.50
1.56
3.18
4.82
М. 1.58
+0,09
−0,26
+0,41
−0,25

200 Jahre Planimeter

Ein bayerischer Vermesser und seine geniale Idee

1814 - 2014

Inhalt

200 Jahre Planimeter - Ein bayerischer Vermesser und seine geniale Idee
1814 - 2014

Grußwort

200 Jahre Planimeter –
Ein bayerischer Vermesser und seine geniale Idee

Die Herausforderung war enorm: Wie lässt sich der Flächeninhalt eines Grundstücks exakt berechnen, wenn dessen Grenzen nicht gerade, sondern krumm und unregelmäßig verlaufen?

Die Lösung war genial: Ein Gerät, das die Grenzlinien des Grundstücks auf einer Zeichnung abfährt und dabei den Flächeninhalt mittels kontinuierlicher Multiplikation, also Integralrechnung, mechanisch ermittelt.

Vor 200 Jahren kam dem bayerischen Trigonometer Johann Martin Hermann bei Vermessungsarbeiten nahe Oberaudorf die Idee zu diesem Gerät, dem Planimeter. Hermann war Mitarbeiter der Königlich Unmittelbaren Steuerkataster-Kommission, also der Vorgängereinrichtung des heutigen Landesamtes für Digitalisierung, Breitband und Vermessung.

Seine Erfindung fällt in die Anfangszeit der bayerischen Landesvermessung und zeigt, wie stark Pioniergeist und Innovationskraft der Mitarbeiter die Bayerische Vermessungsverwaltung von Beginn an geprägt haben. Der hohe Anspruch an die eigene Arbeit, etwa der Anspruch an Exaktheit, Flächendeckung und Aktualität des Kartenmaterials, brachte immer wieder Eigen- und Weiterentwicklungen hervor – sei es Hermanns Planimeter oder später der Topometer, der Folienspannrahmen und die Ableitung von topographischen Karten aus Geoinformationssystemen. Sie sorgten für enorme Erleichterungen, indem sie Arbeitsprozesse verkürzten oder optimierten.

So hat sich die Bayerische Vermessungsverwaltung im Lauf ihrer über 200-jährigen Geschichte den Ruf als eine der modernsten Verwaltungen des Freistaats erworben. Aufgrund der hohen IT-Kompetenz ihrer Mitarbeiter wurden ihr nun auch die neuen Aufgaben in den Zukunftsfeldern Digitalisierung und Breitband übertragen.

Hermanns geniale Idee eines exakt messenden Planimeters wurde zu seinen Lebzeiten allerdings nicht in die Praxis umgesetzt. Damit teilt sie das Schicksal vieler visionärer Entwicklungen, deren Bedeutung erst viel später erkannt wurde. Mit diesem Katalog sollen das Wirken und die Arbeit von Johann Martin Hermann als einem der „stillen“ Pioniere aus den Anfängen der systematischen amtlichen Vermessung Bayerns gewürdigt werden. Sein Beispiel zeigt, wie wichtig es ist, Mitarbeiter in ihrer Kreativität zu bestärken und zu fördern. Mit seiner Erfindung hat Johann Martin Hermann nachfolgenden Generationen von Geodäten die Arbeit wesentlich erleichtert.

Mein Dank gilt insbesondere Herrn Prof. Dr. Joachim Fischer, der die Geschichte des Planimeters so gründlich und mit persönlicher Begeisterung aufgearbeitet hat, sowie allen, die zum Gelingen der Ausstellung und des Katalogs beigetragen haben.

Dr. Klement Aringer
Präsident des Landesamtes für Digitalisierung,
Breitband und Vermessung

Vorwort und Dank

Nach seinem eigenen Bekunden kam Johann Martin Hermann (1785-1841) im Herbst 1814 bei der Vermessung "in den Auerburgischen Gebirgen" (also im altbayerischen Amt Auerburg, das 1806 bis 1814 – als Tirol bayerisch war – zu Tirol gehörte, 1809 dem Landgericht Kufstein zugeordnet war, aber nach der Abtretung Tirols 1814 erneut bayerisch wurde) die Idee zum ersten Planimeter. Das Instrument konnte weitgehend beliebige, vor allem aber krummlinig begrenzte Flächen erstens rein *mechanisch* und zweitens dabei prinzipiell sogar *exakt* messen. Wie es vorher war, vor allem aber, wie es bei Hermann (und darüber hinaus) weiterging, ist der Inhalt der folgenden Zeilen, die pünktlich 2014 zum 200. Geburtstag – oder, da man den Tag nicht genau kennt, wenigstens zum 200. Geburts*jahr* – des *exakt* Flächen messenden Planimeters ans Licht finden. Das ist nicht ganz selbstverständlich, und deshalb sei mir gestattet, etwas auszuholen.

Das Zentralstück der hier folgenden Texte ist die Transkription der noch erhaltenen Hermannschen Dokumente zum Planimeter. Ich hatte diese Transkription, mit der sich auch ein kleiner, eingestreuter Kommentar verband, Anfang der 1990er Jahre zur Publikation in der Reihe *Abhandlungen und Berichte* des Deutschen Museums vorgesehen. Das Deutsche Museum, dem ich 1985-1988 als Konservator für "Mathematische Instrumente und Rechenanlagen" (und noch einiges andere mehr) angehörte und ihm 1988 die seither unter dem Namen "Informatik" immer noch stehende Ausstellung hinterließ, war als Publikationsstelle dafür auch besonders geeignet – denn es bewahrt bis heute den planimeter-spezifischen Nachlass von Hermann auf, also eben diese Hermannschen Dokumente zum Planimeter. Aus diversen Gründen kam es jedoch nicht zu der Publikation, und der Text verschwand in der Schublade.

Als sich nun – nach fast einem Vierteljahrhundert – das Jubiläumsjahr 2014 näherte, war es Zeit, ihn wieder ans Tageslicht zu befördern. Da aber der Anlass jetzt ein anderer war, konnte die schlichte Form der Textwiedergabe mit einer kurzen historischen Einführung und einem Kommentar, wie ich sie damals vorgesehen hatte, natürlich nicht mehr beibehalten werden. Dass nun ein Katalog samt einer kleinen Ausstellung daraus geworden ist, verdanke ich vielen Mitstreitern, denen hier ein erster Dank abgestattet werden soll.

Er gilt dem Bayerischen Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, dem Deutschen Museum und dem Bayerischen Hauptstaatsarchiv, sämtlich in München. Alle drei Einrichtungen haben sich hier – zu einer kleinen Kabinettausstellung und auch zu diesem Katalog – zusammengetan, und alle drei haben einen schönen Bezug zu Hermann: das Bayerische Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung war – in seiner mehr oder weniger unmittelbaren Vorgängereinrichtung, der "bairischen Steuerkataster-Commission" – der Arbeitgeber von Hermann, der ab 1809 zunächst freiberuflich, dann ab dem 9. Oktober 1818 und bis zu seinem Tod dort fest angestellt war; das Deutsche Museum bewahrt – wie schon erwähnt – den auf etwas verschlungenen Wegen zu ihm gelangten Hermannschen Nachlass auf, soweit er vorhanden und planimeterbezogen ist; und das Bayerische Hauptstaatsarchiv verfügt über die Personalakte Hermanns, aus der sich auch einiges an Persönlichem ableiten lässt. Ein großer Teil der genannten Materialien wird hier auf einer DVD erstmals publiziert, arrondiert durch Akten aus dem Bayerischen Staatsarchiv, das seinerseits auch noch die 105 Seiten der "Hinterlassenschaftssache des Trigonometers Johann Martin Herrmann" (hier mit zwei "r" – wir werden dieser Falschschreibung aber noch öfters begegnen) zufällig, aber exemplarisch zur Aufbewahrung ausgewählt hat und zur Verfügung stellte.

Mein Dank gilt daher namentlich Dr. Klement Aringer, dem Präsidenten des Bayerischen Landesamtes für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, der sich im April 2013 bei einem Vorgespräch so enthusiasmiert und generös zeigte, dass es eine Freude war und ist, die Ausstellung und die Publikation des Katalogs in seinem Hause angesiedelt zu wissen. Er gilt nicht weniger, und nicht weniger herzlich, Dr. Wilhelm Füßl, dem Archivdirektor des Deutschen Museums, der unbürokratisch und hilfsbereit die Scans der bei ihm aufbewahrten *Hermanniana* (und noch einiges mehr) beisteuerte; und er gilt ebenso Dr. Gerhard Hetzer, dem Direktor des Bayerischen Hauptstaatsarchivs, der mich seinerseits und ebenso großzügig aus der Personalakte Hermanns schöpfen ließ.

Herr Klaus Zaglmann, der für das Bayerische Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung seit Jahren den "historischen Bereich" betreut (neben seinen anderen Aufgaben), hat die Ausstellung aufgebaut. Sie sieht, angesichts ihrer relativ bescheidenen Größe, nach nicht viel Arbeit aus; aber in einem Haus, in dem historische und museale Arbeit "nebenbei" geleistet werden muss, ist diese Anstrengung – noch dazu, wenn sie so erfolgreich war – alles Lobes und Dankes wert, der ihm hiermit abgestattet sei. Frau Astrid Kraus kümmerte sich um alles, was mit Grafik und Gestaltung zusammenhängt; ihr zur Seite stand Barbara Doll, die von der Textredaktion bis zum Layout ebenfalls alles betreute. Andreas Feigel und seine Mannen besorgten den Druck, in gewohnt sorgfältiger und qualitätvoller Weise.

Ohne das Deutsche Museum geht in Sachen Hermann nichts – also auch nicht ohne ein Wort des Dankes an zwei meiner Nachfolger, Dr. Hartmut Petzold und Anja Thiele. Während Hartmut Petzold mir 2006 die damalige *trouvaille* der Zeichnung zum Liebherr-Entwurf von Hermanns Planimeter quasi zum Geschenk machen konnte (ob auf der Basis dieser Zeichnung allerdings je ein zweiter Prototyp oder gar ein ausgereiftes Instrument gebaut wurde, wie der Text auf der Zeichnung unterstellt, darf jedoch bezweifelt werden), hat Anja Thiele bei den Vorbereitungen zur Ausstellung, durch das Ausleihen der Maschine von Zobel und Müller und des Haarplanimeters und durch ihre hilfsbereite Beschaffung der Maße dieser Maschine einen wesentlichen Anteil am Gelingen der Unternehmung. Und auch Dr. Helmut Hilz, der Bibliotheksdirektor des Deutschen Museums, trug durch seine Ausleihe der mit der

Maschine von Zobel und Müller ins Museum gekommenen Publikation zur gelungenen Darstellung eines Teils der Frühgeschichte bei. Dass der Leiter des Forschungsinstituts des Deutschen Museums, PD Dr. Ulf Hashagen, mir stets mit Rat, Tat und Gespräch zur Seite stand, darf und soll an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben.

Frau Dr. Claudia Fabian, Bayerische Staatsbibliothek, ist dort für den Bereich Handschriften und Alte Drucke zuständig – aber, wie ich nur zu gut weiß, auch für so manches andere. Und so habe ich ihr nicht nur dafür zu danken, dass *ein* weiteres Exemplar des Buches "Beschreibung einer Flächen-Berechnungs- und Theilungs-Maschine" von Zobel und Müller seinen Weg in die Ausstellung fand und dort mit einer Originalmaschine aus dem Deutschen Museum vereint ist – sondern für viele kleine Hilfen hier und da.

Frau Eva Reineke, auch nach ihrer Pensionierung immer noch in Diensten des Deutschen Museums, weiß sicher nicht mehr, wieviel sie schon vor dem besagten Vierteljahrhundert zu "Hermann" beigetragen hat – aber es war eine Menge; einiges konnte jüngst auch Bertold Pölcher beisteuern, insbesondere zu den Familienverhältnissen Hermanns.

Ein besonderer Dank gilt dem *Direct Manufacturing Research Center* der Universität Paderborn. Durch die Vermittlung von Andreas Brennecke, Universität Paderborn, ist es nämlich gelungen, für die Ausstellung in letzter Minute ein Exemplar des Hermannschen Prototyps von 1817 als 3D-Druck herzustellen. Ein spezieller Dank geht daher an Dr. Eric Klemp und Michael Brand, die diesen 3D-Druck herbeigeführt, ermöglicht und letztlich auch gemacht haben.

Doch der letzte und wichtigste Dank gilt Barbara Haeberlin, Hamburg, einer unermüdlichen Arbeiterin im Weinberg der (gesamten!) Rechentechnik. Es wäre vermessen (und würde den Platz, den ein Vorwort einnehmen darf, sprengen), ihre Verdienste allein hier aufzählen zu wollen; sie hat aber, durch die ebenfalls auf der DVD beigegebenen Animationen der Planimeter von Zobel & Müller (1814/15), Hermann (1814-1822) und Ernst (1833-1834), einen weiteren und beeindruckenden Beleg davon gegeben. Und dass auf ihrer Hermann-Animation auch der 3D-Druck des Instruments basiert, ist einmal mehr ein schöner Beweis für die Qualität der von ihr so uneigennützig erbrachten Leistungen. Dafür gebührt ihr mein abschließender und nachdrücklicher Dank.

München, im Mai 2014 — Joachim Fischer

Мед. = 6.45
+0,24
6.47
12,87
19.37
М. 6.45
1,87
3,64
5.56
М. 1.85
+0,09
−0,26
3.30
6.63
9.97
М. 3,31
2.98
5.90
8.81
М. 2,96

Einleitung

Einleitung

Dieser Katalog wird sich unter anderem mit einem bisweilen schwer zugänglichen Thema, der Mathematik, befassen und innerhalb der Mathematik nochmals mit einem selbst dort meist ebenso schwer zugänglichen Bereich, der Integralrechnung. Das klingt aber schon schlimmer als es ist, denn wir werden auch innerhalb der Integralrechnung nur einen winzigen Teilbereich behandeln, nämlich die *Flächenmessung und -berechnung*. Das wiederum ist an sich ja schon um einiges verständlicher; aber um zu einem möglichst vollen Verständnis dessen zu gelangen, wofür Johann Martin Hermann (1785-1841) und seine Erfindung stehen (auch wenn, um dies vorwegzunehmen, zu Lebzeiten Hermanns die Öffentlichkeit nichts davon erfuhr), müssen wir den Zusammenhang des einen mit dem anderen besser verstehen. Es geht also zunächst um die Messung von Flächen, besser und genauer: von Flächen*inhalten*, und dann um Integralrechnung.

Die Ermittlung von Flächeninhalten ist ein Problem, vor allem in der Landvermessung; es wird umso schwieriger, je unregelmäßiger die Fläche berandet ist.

In praktisch allen frühen Hochkulturen sind die Ausdrücke für "Flächeninhalt eines Rechtecks = Länge mal Breite" und "Flächeninhalt eines beliebigen Dreiecks = Grundlinie mal Höhe halbe" bekannt.

In Formeln schreiben wir dafür

$$F = a \cdot b \quad \text{und}$$
$$F = \tfrac{1}{2}\, g \cdot h.$$

Aber schon für den Flächeninhalt eines beliebigen Vierecks benutzte man zunächst Formeln, die diesen nur näherungsweise richtig wiedergaben: Hat das Viereck die Seitenlängen a, b, c und d, in dieser Reihenfolge, so setzte man in Babylon und Ägypten vor rund 4000 Jahren

$$F = \tfrac{1}{2}(a + c) \cdot \tfrac{1}{2}(b + d)$$

an, also das Produkt aus den gemittelten Größen der jeweils gegenüberliegenden Seiten – was nur in wenigen Ausnahmefällen richtig ist (z. B. bei Rechtecken oder Parallelogrammen, schon nicht mehr aber bei allgemeinen Trapezen). Man könnte in diesem Fall natürlich eine künstliche Grundlinie g durch eine Diagonale des Vierecks definieren, die Flächen der beiden entstehenden Teildreiecke dann noch durch ihre jeweiligen Höhen h_1 und h_2 ergänzen und anschließend die Gesamtfläche durch Addition beider nun nach $\tfrac{1}{2}\, g \cdot h_1$ und $\tfrac{1}{2}\, g \cdot h_2$ berechenbaren Teilflächen exakt ermitteln, doch dies mag "unorganisch" (wenn auch zutreffend) erscheinen.

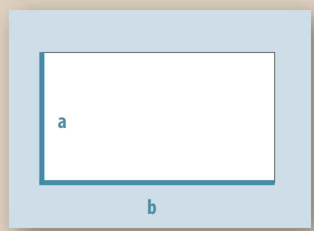


Abb. 1: Flächeninhalt eines Rechtecks a · b

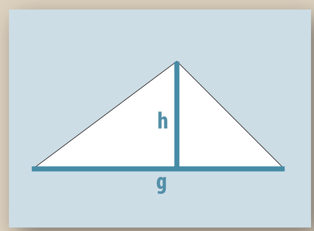
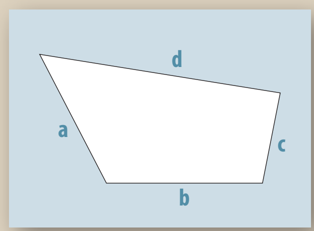
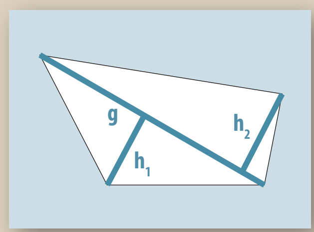
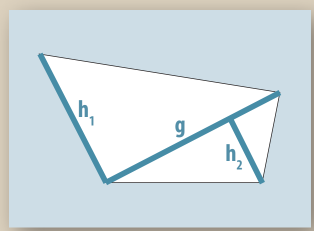


Abb. 2: Flächeninhalt eines Dreiecks ½ g · h

Abb. 3, 4, 5: Flächeninhalt eines allgemeinen Vierecks durch Zerlegung in zwei Dreiecke (Mitte bzw. unten)







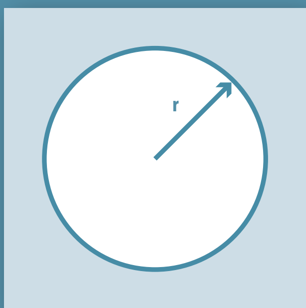
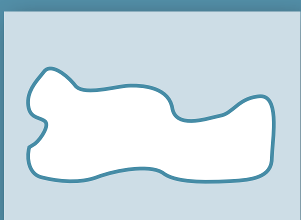


Abb. 6, 7: Flächeninhalt eines Kreises mit Radius r: $r^2\pi$ – aber wie lässt sich der Flächeninhalt einer willkürlichen Fläche berechnen?



Und schon bei der einfachsten "krumm" begrenzten Figur, dem Kreis, stieß man auf eine Größe, die später π (die "Kreiszahl") genannt werden sollte, und auf die Schwierigkeit, dass es auch mit den klassischen Konstruktionshilfsmitteln wie Zirkel und Lineal nicht gelang, zu einem vorgegebenen Kreis ein wirklich bis ins letzte flächengleiches Quadrat – und gemeint ist hier theoretisch exakte, nicht nur näherungsweise Übereinstimmung – zu konstruieren, während die Verwandlung eines Dreiecks, eines (auch allgemeinen) Vierecks und letztlich jeder *geradlinig* begrenzten Figur in ein flächengleiches Quadrat durchaus möglich war. Trotzdem erachtete man Kreisflächen, nachdem

$$\pi = 3.14159...$$

"bekannt" war, dann gleichfalls als bekannt und gab dementsprechend die Fläche eines Kreises mit Radius r zu

$$F = r^2 \cdot \pi$$

an, usw.

Um so viel schwieriger ist bzw. wird also das Problem, wenn der Rand einer Fläche aus einer Kurve besteht, an die keinerlei Anforderungen gestellt werden, als dass sie geschlossen ist (denn sonst entstünde keine Fläche) und z. B. mit einer Hand, ohne abzusetzen, gezeichnet werden könnte, sonst aber absolut willkürlich ist.

Das Problem schien über Jahrtausende aussichtslos, und daher musste man sich zunächst und für lange Zeit in der Praxis mit Näherungen behelfen. Insbesondere in der Landesvermessung stieß man nämlich nahezu ständig auf Flächen, deren Rand wenigstens *eine* solche unregelmäßige Linie enthielt. Im Zuge der Entwicklung der Vermessungstechniken waren zwar in der Neuzeit Diopterlineal, Nivelliergerät, Theodolit usw. zu unentbehrlichen Geräten geworden, welche Strecken, generell gerade Linien und damit letztlich auch geradlinig begrenzte Figuren vermaßen, doch immer wieder machte z. B. der Grundstücksverlauf natürliche und damit meist willkürlich geformte Linien zu seinen Begrenzungen. Charakteristisch ist zudem, dass es sich bei den auszumessenden Flächen dann auch bald nicht mehr um die Originalflächen selbst handelte, sondern um Zeichnungen von diesen Flächen, die nach einem bestimmten Maßstab auf die Größe, sagen wir: eines Blatts Papier oder einer Landkarte gebracht wurden. Um solche Flächen wird es im Folgenden gehen; die Instrumente, mit denen man diese Flächen misst, nennt man *Planimeter*. *Planimeter* ist ein lateinisch-griechisches Kunstwort und bedeutet "Flächenmesser".

Planimeter haben vielfältige Anwendungsbereiche; schon 1853 schrieb Carl Maximilian von Bauernfeind (1818-1894), der als Erster eine größere und umfassende Publikation zum Thema Planimeter vorlegte, in seiner Einleitung: "Es gab wohl zu keiner Zeit so viele Flächeninhalte ebener Figuren zu berechnen als jetzt, wo man sich mit den ausführlichsten Landesvermessungen und den belangreichsten Strassenbauten beschäftigt. Ueberschlägt man nach den Angaben einiger Schriftsteller und Ingenieure die für die Steuerkataster, die Grunderwerbungen und Erdberechnungen für Eisenbahnen etc. nöthigen Flächenbestimmungen, so erreicht die Zahl der in Europa bloß für diese Zwecke jährlich auszumessenden Figuren nahehin die Größe einer Billion. Wenn aber Jahr für Jahr eine und dieselbe ermüdende und geisttödtende Arbeit tausend Millionen Male verrichtet werden muss, so ist es begreiflich, dass man daran denkt, sie abzukürzen oder durch ein mechanisches Verfahren zu ersetzen" (Bauernfeind 1853, 1; es muss der guten Ordnung halber gesagt werden, dass hier noch – anders als heute in Deutschland – 1 Billion = 1000 Millionen ist, und dass somit die sonst doch schon erstaunliche Angabe über die pro Jahr zu berechnenden Flächen einigermaßen plausibel wird).–

Planimeter haben kein einheitliches Aussehen, sondern sind äußerst vielfältig in ihren Erscheinungsformen:

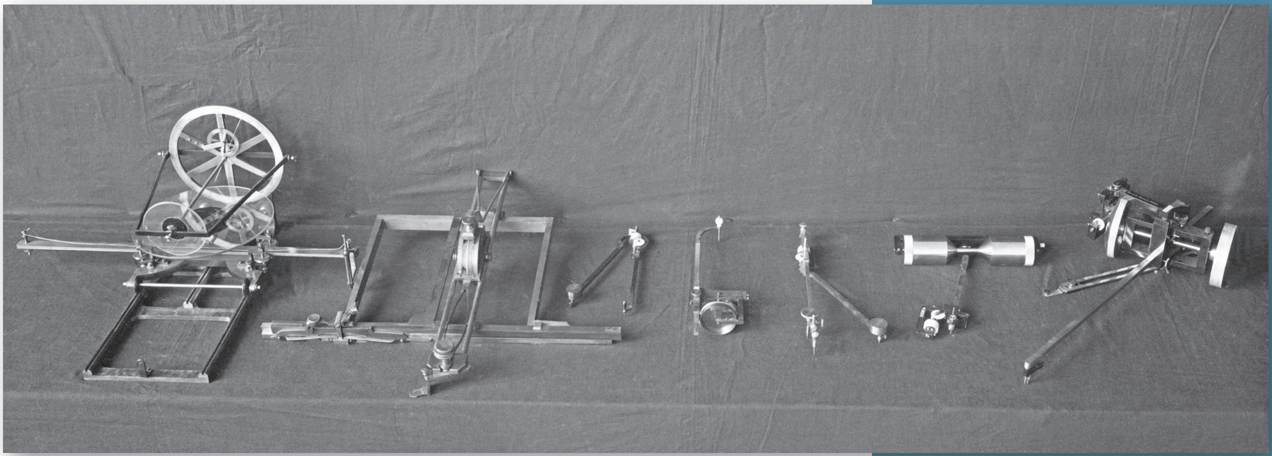


Abb. 8: Ein Ensemble verschiedener Planimeter aus dem Deutschen Museum

Ein historisches Bild aus dem Deutschen Museum zeigt sieben Planimeter; würde man noch das zweite mit dem ersten vertauschen, erhielte man sogar fast eine chronologische Reihenfolge: An erster Stelle stünde dann die "Flächen-Berechnungs- und Theilungs-Maschine" von Johann Georg Zobel und Joseph Müller, München, von 1815 (Deutsches Museum, Inv.-Nr. 4606), gefolgt von einem Eigenbau-Planimeter der Universität Halle/Saale, Physiologisches Institut, das zwar von etwa 1875 stammt, aber in seinem Grundprinzip auf einen Vorläufer von 1850 zurückgeht (Deutsches Museum, Inv.-Nr. 16068). Die folgenden drei kleinen Instrumente leisten erstaunlicherweise das Gleiche – die theoretisch exakte Flächenmessung beliebiger Figuren – wie ihre viel größer und komplexer aussehenden Vorgänger; in ihrem Grundprinzip gehen sie allesamt auf den genialen Schweizer Mathematiker Jakob Amsler (1821-1912) zurück, der 1854 das sogenannte Polarplanimeter, mit ihm auch das später so genannte Linearplanimeter erfand (sowie viele andere Instrumente mehr), und umgehend in Schaffhausen mit ihrer Herstellung begann. Das sowohl in der Mitte dieser drei als auch in der Mitte insgesamt befindliche Instrument ist der Prototyp eines solchen Amslerschen Linearplanimeters von 1855 (Deutsches Museum, Inv.-Nr. 7596); flankiert wird es linkerhand von einem einfachen Amslerschen Polarplanimeter, Modell 1, Instr.-Nr. 37646, von ca. 1906 (Deutsches Museum, Inv.-Nr. 7588), und rechts von einer etwas fortgeschritteneren Polarplanimeterkonstruktion der Firma Gebrüder Haff, Pfronten, Modell 311a, Instr.-Nr. 247, von ca. 1905 (Deutsches Museum, Inv.-Nr. 30817). Den Abschluss bilden dann ein Rollplanimeter der Firma Ott, Kempten, Modell VII, Instr.-Nr. 20181, von 1916 (Deutsches Museum, Inv.-Nr. 51590), und ein sogenanntes "einfaches Kugelrollplanimeter" der Firma Coradi, Zürich, Instr.-Nr. 660, von etwa 1890 (Deutsches Museum, Inv.-Nr. 7956).

Wir werden Gelegenheit haben, im Folgenden nochmals auf fast jedes dieser Instrumente oder wenigstens auf eines ihrer Prinzipien zu treffen. Worauf es aber *hier* in erster Linie ankommt, ist, dass selbst diese Momentaufnahme von etwa 1925, als das heutige Ausstellungsgebäude des Deutschen Museums der Öffentlichkeit übergeben wurde, zeigt, dass Planimeter mindestens in der Zeit 1850-1920 wichtige Instrumente waren und museal präsentiert wurden. In einem Museum von "Meisterwerken der Technik und Naturwissenschaften", das damals wie heute auch bis in die jeweilige Zeitgenossenschaft führte und eben nicht rein museal rückwärtsgewandt blieb, war das selbstverständlich. Aus heutiger Perspektive können wir die Grenze sogar noch deutlich weiter nach hinten verschieben: Denn bis zum Jahr 2001 wurden (mechanisch arbeitende) Planimeter in nennenswerten Stückzahlen hergestellt (heute, 2014, stellt nurmehr *eine* Firma auf der ganzen Welt sie her: die auch oben schon vertretene Firma Haff in Pfronten). Damit aber haben wir schon einen mehr als 150-jährigen Zeitraum, 1850-2014, umrissen; aber wie und wann hat es wirklich mit der *exakten* Flächenmessung begonnen? Diese Frage wird uns ins Jahr 1814 führen, zu Johann Martin Hermann, und damit letztlich zu dem Anlass, dem Thema 200 Jahre nach seiner ersten Lösung eine Publikation im Jahr 2014 (und eine sie begleitende Ausstellung) zu widmen.

Doch wir sind noch bei den notwendigen Prärequisiten, der Flächenberechnung und ihrem Zusammenhang mit dem mathematischen Gebiet der Integralrechnung. Letztere ist ein Bestandteil der *Differential- und Integralrechnung*, einer Lehre, die ihr Entstehen einerseits Sir Isaac Newton (1643-1727), andererseits Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) verdankt. Beide müssen als ihre unabhängigen Erfinder angesehen werden; der zwischen den beiden Protagonisten ausgetragene "Prioritätenstreit", der mit einem inszenierten Sieg Newtons endete, ist heute längst zugunsten dieser Unabhängigkeit entschieden. Und dass gerade die Leibnizsche Symbolik der Differential- und

Integralrechnung heute nahezu unerlässlich ist, wenn man Newtons Vorgehensweise noch verstehen will, mag man getrost als späte Genugtuung für Leibniz' vermeintliche Niederlage im Prioritätenstreit sehen.

Wenn wir wieder auf die früheren Beispiele zurückkommen, so gibt es zwischen Dreieck, Rechteck, geradlinig begrenzten Figuren und dem Kreis – also Flächen, deren Inhalt man immerhin, wenn auch gelegentlich mühsam, so doch prinzipiell messen konnte – durchaus noch weitere Flächen, denen man im Lauf der Geschichte *exakte* Flächeninhalte zuweisen konnte. Als Erstes fallen einem in historischer Perspektive die Ergebnisse von Archimedes (um 287 bis 212 v. Chr.) ein, der die Flächeninhalte von Parabel- und Spiralensegmenten berechnen konnte – und zwar eben exakt! Ein wesentlicher Fortschritt wurde dann aber erst wieder von Bonaventura Cavalieri (1598-1647) geleistet, der die Idee hatte, eine Fläche als Ensemble aus lauter eng aneinander und "dicht" liegenden Linien zu denken. In moderner Sprache gelang es ihm so, über die (quadratische) archimedische Parabel hinaus zu kubischen, biquadratischen und höheren Parabeln fortzuschreiten und ihre Flächeninhalte zu bestimmen. Der Ansatz der Entstehung von Flächen aus unendlich vielen Linien zeigte sich also schon sehr erfolgreich, aber von einer allgemeinen Flächentheorie konnte immer noch keine Rede sein – und auch nicht von einer Anwendung auf die Messung von ebenso allgemeinen Flächeninhalten.

Der erste Punkt, die Theorie, änderte sich aber mit Newton und Leibniz. Vor allem Leibniz' mit innovativer, aber auch einprägsamer Symbolik einhergehender Kalkül (wie man die nun entstehenden neuen Rechenvorschriften für Differential- und Integralrechnung in ihrer Gesamtheit nannte), war hier erfolgreich. Leibniz nannte eine (unendlich kleine oder kurze) Linie, die immer als sehr kurze gerade Strecke betrachtet wurde, das "Differential dx", um klarzumachen, dass es sich um die Differenz oder lateinisch *differentia* (daher das "d") zweier unmittelbar benachbarter Längen "x" handelte; "x" ist dabei einfach eine Variablenbezeichnung, für die man gelegentlich auch andere Buchstaben als "x" verwendet, und "dx" ist als *ein* zusammengehöriges Zeichen aufzufassen. Solche als "unendlich klein" zu verstehenden Strecken dx nannte man auch *infinitesimal*. Damit aber konnte mit dieser (wenn auch sehr kleinen, also infinitesimalen) Länge dx verfahren werden wie sonst auch üblich; insbesondere ließen sich nun zum Beispiel – ebenfalls sehr kleine bzw. schmale – Rechtecke, die man dann natürlich ebenfalls infinitesimal nannte, mit der Länge y und der Breite dx ganz einfach gemäß der Formel "Flächeninhalt eines Rechtecks = Länge mal Breite" schreiben und behandeln:

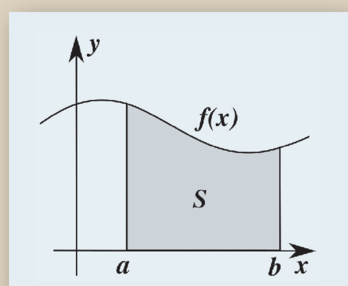
$$y \cdot dx$$

oder kurz, unter dem üblichen Verzicht auf den Multiplikationspunkt:

$$y\,dx$$

Denkt man sich nun, in Fortsetzung der Cavalierischen Gedankengänge, lauter solche infinitesimalen Flächenteile oder -stücke, also die gleichsam zu je einer Linie zusammengeschrumpften Rechtecke, zu einer Gesamtfläche zusammengesetzt oder besser: vereint, so muss man ihre Flächeninhalte summieren, also ihre (lateinische) *summa* bilden, um den Gesamtflächeninhalt zu erhalten. Es liegt nahe, dass Leibniz diese Aufgabe oder Operation, in Analogie zum "d" für differentia, durch den Buchstaben "s" für *summa* symbolisieren würde – und diese Vermutung ist richtig. Nun schrieb Leibniz meist auf lateinisch, aber natürlich nach den damals gültigen Regeln; und man unterschied in der Schreibschrift, aber auch im Druck, ein Anfangs- und Binnen-"s" (also innerhalb eines Wortes) von einem "s" am Schluss eines Wortes, sodass zum Beispiel *summa* wie "ſumma" geschrieben wurde. Also nahm Leibniz dieses Zeichen "ſ", und so erschien (ohne jeglichen Zwischenraum) z. B. "ſpdx" 1686 erstmals im Druck und stand für "die Summe über alle Produkte p dx". Aber wenn man das "s" oder "ſ" typografisch noch besser herausheben will, macht man es *kursiv*, und dann wird aus "ſ" sofort "∫"– und wir erhalten das Integralzeichen!

Nun haben wir typografisch, aber eigentlich auch schon inhaltlich, den Zusammenhang zwischen Flächenberechnung und Integralrechnung hergestellt: ſydx ist zu ∫ y dx geworden. Und dies bedeutet ja, dass man ein veränderliches y mit dem immer gleichbleibenden dx zur infinitesimalen Fläche y dx multiplizieren und alle diese (unendlich vielen, aber auch unendlich kleinen) Produkte aufsummieren muss – und das Ergebnis ist eine Gesamtfläche S (ihre Bezeichnung, ob S oder F, ist bedeutungslos; wir werden bald wieder zu F zurückkehren). Wichtig ist aber auch, dass bei dieser Betrachtung die stufen- oder treppenförmige Randlinie, die man bei einer (= jeder) *endlichen* Breite der Flächen erhält, in eine *kontinuierliche*, meistens "glatte", jedenfalls aber kurvenartige *Randlinie* übergegangen ist.



$$S = \int_a^b f(x)\,dx$$

Abb. : 9 Grafische Darstellung einer Funktion f(x) und die Interpretation des Integrals als (an drei Seiten geradlinig begrenzte) Fläche S unter der Kurve von f(x)

Die Regeln, nach denen dies zu geschehen hat, müssen hier außer Betracht bleiben; aber wir können wenigstens das Ergebnis in einer Formel festhalten (in der das kursive ∫ nun kurzerhand wieder, aber mit allen seinen Rundungen, "geradegestellt" wird):

$$F = \int y\,dx$$

Nun sollte eine Summe, wie sie sich ja hinter dieser Schreibweise eigentlich verbirgt, einen Anfang und ein Ende haben, auch wenn sie über unendlich viele, aber infinitesimale Produkte erstreckt wird; von Jean-Baptiste-Joseph Fourier (1768-1830) wurde dazu um 1820 die Notation

$$F = \int_a^b y \, dx$$

eingeführt: Die Summation oder – wie man jetzt sagt – die *Integration* beginnt bei a und endet bei b. Im Allgemeinen ist es so, dass $a < b$ gilt; die Summe wird also vom kleineren $x = a$ zum größeren $x = b$ durchlaufen. Dem entspricht, dass die Fläche "von links nach rechts" aus infinitesimalen Teilflächen aufgebaut wird. Aber es ist auch zulässig, dass das Integral "von rechts nach links" berechnet wird, und um dem veränderten "Durchlaufungssinn" Rechnung zu tragen, schreibt der Kalkül vor, dass sich dann einfach das Vorzeichen der Fläche umdreht:

$$\int_b^a y \, dx = -F$$

Ferner ist es üblich, dass man die Veränderbarkeit von y dadurch noch unterstreicht oder verdeutlicht, dass man nicht nur y, sondern y(x) oder ganz allgemein f(x) schreibt, und so die allgemeinste Formel für den Flächeninhalt als Integral erhält:

$$F = \int_a^b f(x) \, dx$$

Die Voraussetzungen, unter denen diese allgemeinen Formeln auch wirklich in aller Allgemeinheit gelten, sind für die meisten Flächen und die sie berandenden Kurven erfüllt – jedenfalls für die, die in der Realität auftreten. Eine Voraussetzung ist hier allerdings wichtig: Die aus den Linien gedanklich zusammengesetzte Fläche muss erstens eine gerade Grundlinie besitzen (die Flächen generierenden Linien sitzen also mit einem Ende auf ihr auf) und wird, zweitens, auch rechts und links von geraden Strecken begrenzt, die zusätzlich im rechten Winkel zur Grundlinie verlaufen. Nur der obere "Rand" der Fläche darf mehr oder weniger willkürlich sein. Das sieht ziemlich einschränkend aus: Denn welche Fläche hat ausgerechnet diese (in der Zeichnung auf der vorigen Seite ja schon erkennbare) Form? Um aber zu zeigen, dass diese Einschränkung nur scheinbar ist und leicht umgangen werden kann, schließen wir für den Augenblick das Integrations-Thema mit einem Bild ab: Es zeigt, wie man eine *allseits* krummlinig begrenzte Fläche, die sogar ("ein paar") Ecken besitzen darf, in (in der Regel zwei) Flächen aufteilen kann, die unten und seitlich "schön" sind – weil der Voraussetzung entsprechend gerade begrenzt – und deren Differenz wieder die gegebene Fläche liefert:

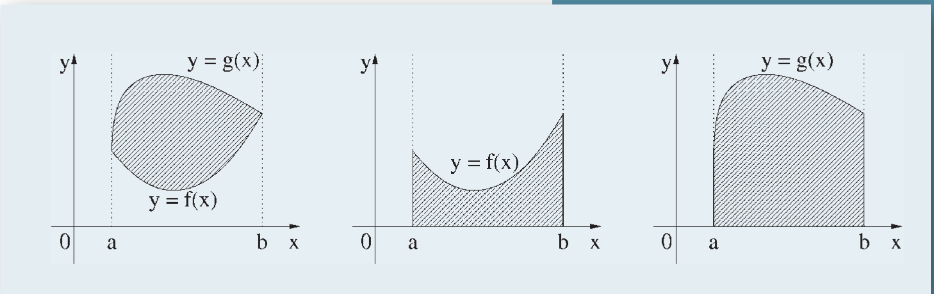


Abb. 10: Zerlegung einer oben und unten *krummlinig* begrenzten Fläche in die Differenz der unten und seitlich jeweils *gerade* begrenzten Flächen F_{oben} und F_{unten}

Für den Flächeninhalt als Integral hat das, unter Berücksichtigung der Regeln, die wir kennengelernt haben, folgende Bedeutung: Zunächst wird die (obere) Fläche unter $y = g(x)$ von a bis b durchlaufen; dann kehrt man mit Durchlaufung der (unteren) Fläche unter $y = f(x)$ zum Anfang zurück – was aber heißt, dass das Integral für diese Fläche jetzt von b nach a, also zurück, genommen werden müsste. Und hier zeigt es sich, dass der Leibnizsche Kalkül und seine Regeln ausgezeichnet gewählt wurden; denn für die Integrale haben wir dann

$$F = \int_a^b g(x)\,dx + \int_b^a f(x)\,dx = \int_a^b g(x)\,dx - \int_a^b f(x)\,dx = F_{oben} - F_{unten},$$

also genau die Differenz der beiden Flächen, wie es die Zerlegung vermuten ließ!

Jetzt haben wir die notwendigen Materialien einigermaßen vollständig beisammen und können die historische Entwicklung der Flächenmessung bis zum Zeitpunkt 1814 und etwas darüber hinaus skizzieren. Auch wenn durch Luigi Galvani (1737-1798) und Alessandro Volta (1745-1827) in den Jahren 1780 – Entdeckung des Galvanismus – und 1800 – Erfindung der Batterie durch Volta – die Grundlagen der Elektrik (und viel später der Elektronik) weiter zur Tragfähigkeit entwickelt worden waren, werden wir noch lange im Zeitalter der Mechanik verharren. Kein Wunder also, dass die "Mechanisierung" von insbesondere monotonen oder zeitraubenden Tätigkeiten im Blickpunkt von Erfindern, Instrumentenherstellern und anderen stand. Dazu gehörte auch die Flächenberechnung.

Und hier liegt die Bedeutung von Johann Martin Hermann für die Flächenmessung. Seine Vorgänger und Zeitgenossen, auf die wir gleich noch einen ausführlichen Blick werfen werden, versuchten, die Flächenmessung auf dem Weg der Näherung zu bewältigen, indem sie eine Fläche in eine Vielzahl kleiner Quadrate oder schmaler Streifen zerlegten, um dem im Allgemeinen willkürlichen Randverlauf der Fläche möglichst nahezukommen. Aber ganz gleich, wie klein die Quadrate oder wie schmal die Streifen gewählt werden, es wird immer zu Abweichungen vom wahren Flächeninhalt kommen. Außerdem würde eine immer weiter gehende Verkleinerung der Quadrate oder auch eine Verschmälerung der Streifen nur bedeuten, dass irgendwann einmal so viele Quadrate oder Streifen die Fläche bedecken würden, dass die Zahl der Quadrate oder die Länge der (aus naheliegenden Gründen als gleich breit zu denkenden) Streifen so groß würden, dass sich bei ihrer Ermittlung durch Zählung oder Messung Fehler einschleichen. Zudem gäbe es bei der Verkleinerung oder Verschmälerung ja auch keine Grenze. Die "Verfeinerung" der Methode, Quadrate zu zählen oder Streifenlängen zu addieren, kann also nicht zum Erfolg führen, jedenfalls nicht zu theoretisch vielversprechenden Ergebnissen.

Ganz anders bei Hermann: Intuitiv verlagert er das Problem gleich in die Differential- und Integralrechnung, ohne jedoch den Namen und das Vokabular dieses Kalküls zu benutzen. Er macht das, indem er erst von einem Rechteck bekannter (konstanter) Breite h und einer bestimmten Höhe m ausgeht, sodass eine gewisse Fläche mit Flächeninhalt $F = h \cdot m$ entsteht. Wird die Höhe m – bei konstant bleibender Breite h – verdoppelt, so verdoppelt sich auch die Fläche: $h \cdot 2m = 2F$; wird die Höhe verdreifacht, so auch die Fläche: $h \cdot 3m = 3F$, usw. Ein Multiplikationsmechanismus von (festem) h mit veränderlichem $f = m, 2m, 3m$, usw. müsste also gefunden werden; und wenn dieser Mechanismus auch noch in der Lage ist, nicht nur mit $f = 1m, 2m, 3m$ usw. zu multiplizieren, sondern z. B. mit $f = 0.3m$, oder $f = 1.55m$, oder $f = 2.718m$ usw., also *mit allen nur denkbaren Zwischenwerten* f(x) zwischen $f = 0$ und 1m, $f = 1m$ und 2m, $f = 2m$ und 3m usw. – dann kann man die Flächeninhalte *aller beliebigen Rechtecke* mit konstanter Breite h und veränderlicher Höhe f(x) von ihm bestimmen lassen, die dann aber ja gar keine Rechtecke mehr sind, sondern oben willkürlich begrenzte, also *allgemeine Figuren* (vgl. die mittlere und die rechte Fläche in der Abbildung auf der vorigen Seite). Doch das beschreibt ja genau den Fall von Cavalieri-Newton-Leibniz, und letztere haben dafür ihren Kalkül bereitgestellt! Wenn dieser Mechanismus also gefunden wäre, würde er

$$F = \int_0^h f(x)\,dx$$

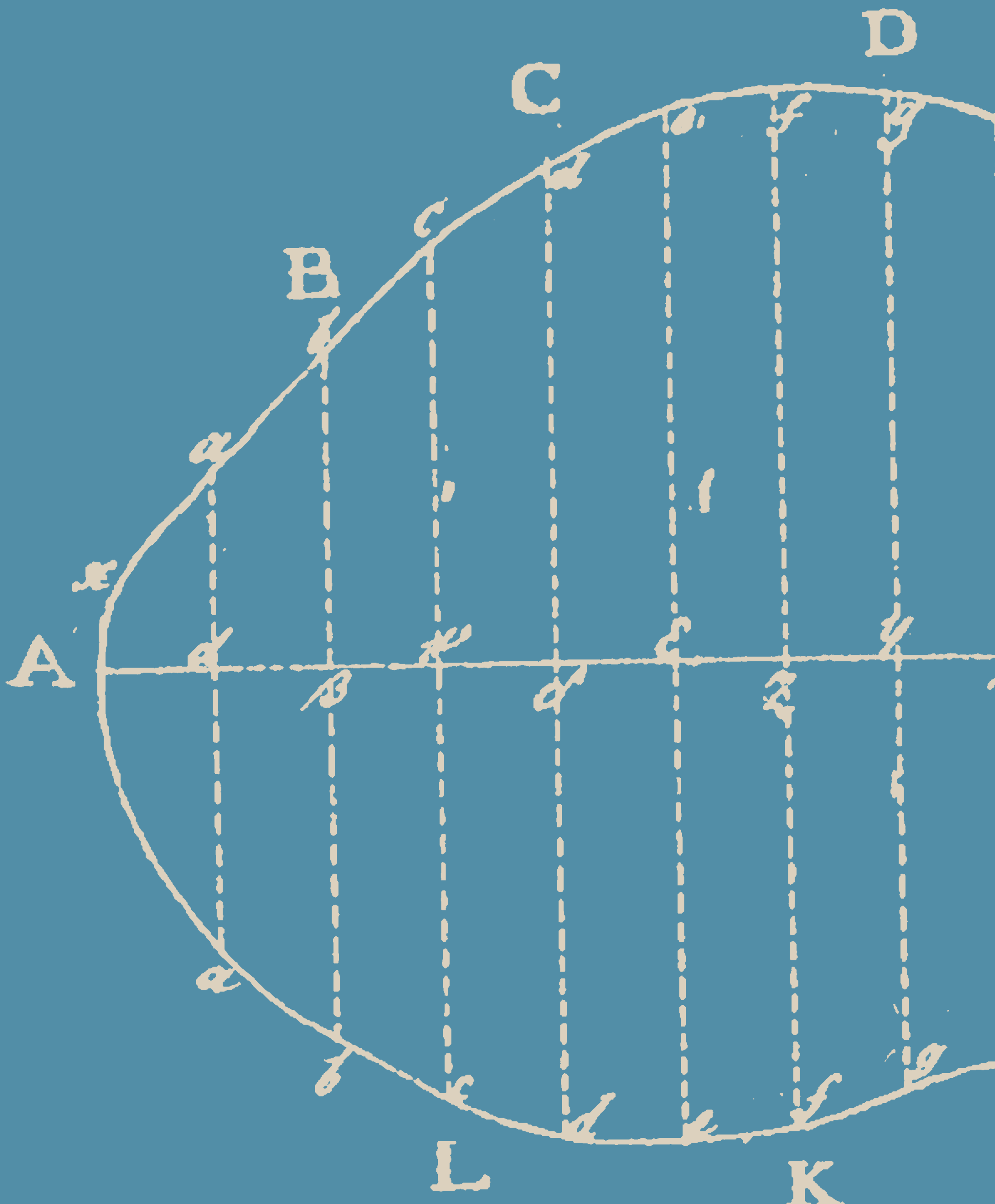
exakt berechnen (hier ist h die gesamte Breite, f(x) die von einem x zum anderen *variable* Höhe eines "Rechtecks", das aber nun auf einer Seite von einer Kurve begrenzt ist!). Man sagt dann, es sei ein *kontinuierlicher Multiplikationsmechanismus* entstanden, weil er mit jedem Wert zwischen 0 und einer (nur durch das physische Instrument gegebenen) Höchstgrenze multiplizieren und dabei den Multiplikationsfaktor sogar ohne Sprünge – also eben kontinuierlich – variieren lassen kann. Und genau das ist Johann Martin Hermann mit einem rein mechanisch arbeitenden Mechanismus gelungen – fast 150 Jahre, *nachdem* die Differential- und Integralrechnung ihre allgemeine Formel bereitgestellt und trotzdem niemand in der ganzen Zeit eine vergleichbare Idee gehabt hatte. Wir können also festhalten, dass durch Hermann insbesondere folgender Zusammenhang etabliert wurde:

> *Der Vorgang bei der mathematischen Integration ist der gleiche wie bei der kontinuierlichen Multiplikation; ja: Integration* ist *kontinuierliche Multiplikation!*

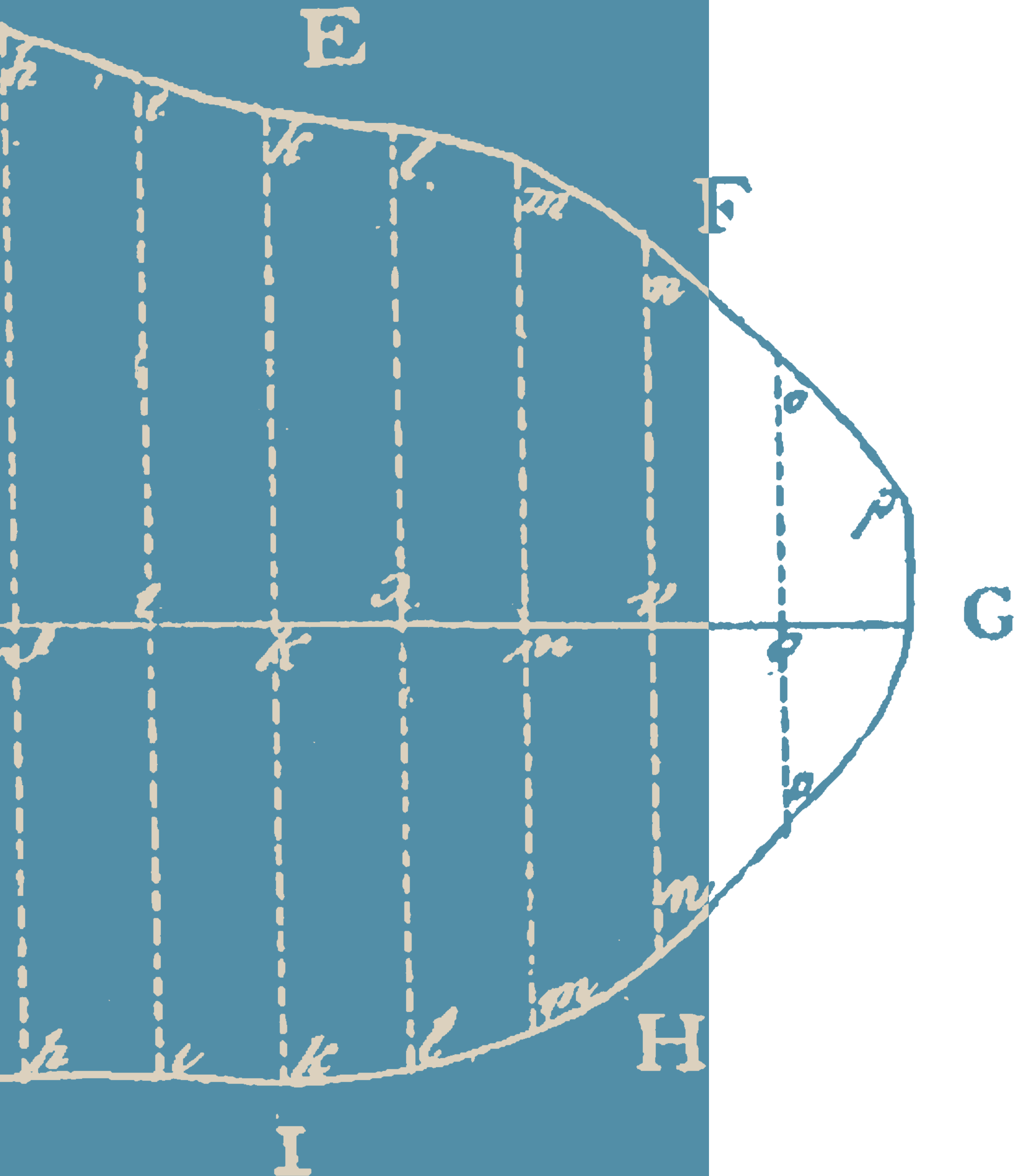
Und darin zeigt sich nochmals nahezu automatisch, dass Hermanns Instrument ein exakt arbeitendes ist – denn es ist ein kontinuierlicher Multiplikationsmechanismus, der ein Integrationsmechanismus ist und dieser wiederum ist ein Mechanismus zur exakten Bestimmung des Flächeninhalts. Zudem ergibt sich, dass bei diesem Mechanismus nur die obere Kontur der Fläche, die durch die variable Höhe gekennzeichnet ist, abgetastet werden muss, denn nur diese Kontur ist es, die den Flächeninhalt bestimmt. Das führt zu dem paradox erscheinenden Sachverhalt, dass Hermanns Planimeter letztlich eine allgemeine Fläche *nur auf ihrem Rand* umläuft, bis es wieder am Ausgangspunkt angekommen ist – und trotzdem genau den *Inhalt* misst. Das ist es, was beim Hermannschen Planimeter und den Planimetern in seiner Nachfolge so verblüffend ist.

Und eben das hätte eigentlich eine Sensation werden können. Doch aus vermutlich persönlichen Gründen publizierte Hermann seine Entdeckung nicht; die, die davon wussten, trugen die Idee nicht weiter; und auch den nächsten, der auf eine sehr verwandte, ja sogar fast die gleiche Idee kam und sie 1825 und nochmals 1841 sogar veröffentlichte, den Italiener Tito Gonnella (1794-1867), ignorierte die wissenschaftliche Gemeinschaft zunächst. So dauerte es bei Hermann bis 1855, als die zufällig erhaltenen Teile seiner Beschäftigung mit dem Planimeter ans Licht kamen – da war er aber schon seit fast 15 Jahren tot. Und auch Gonnella erfuhr erst 1873, als auch er schon sechs Jahre unter der Erde lag, eine späte Würdigung seiner Rolle.

Soviel also einstweilen und etwas vorausgreifend zur Geschichte um die ersten Schritte in der exakten Flächenmessung; doch nun wenden wir uns erst einmal der mittelbaren und unmittelbaren Vorgeschichte zu.


D
C
B
A
L
K

Vorgeschichte I: Flächeninhaltsmessung vor 1814/15



Flächeninhaltsmessung vor 1814/15

Es ist vielleicht von Interesse, diese Vorgeschichte der Planimetrie einmal in der Form zu sehen, in der das Deutsche Museum sie in der Ausstellung von 1925 beschrieben hat (mit Schablone geschriebene Texttafel, Inv.-Nr. 57422b):

Ausmessung krummlinig begrenzter Flächen durch Zerlegung in Parallelstreifen

Die Ausmessung unregelmässig begrenzter Flächenstücke nimmt man nach der Methode von Cavalieri (1598-1647) so vor, dass man das Flächenstück in eine grosse Anzahl gleichbreiter schmaler Streifen zerlegt und die Summe der Flächenstreifen einzeln berechnet.
Je schmäler die Streifen genommen werden, um so weniger weichen die schmalen Ränder von Geraden ab. Daher kann man den Flächeninhalt des Streifens als schmales Rechteck auffassen, dessen Grundlinie (Länge des Streifens[)] *a nur zu messen ist, da die Höhe (Streifenbreite) aller Rechtecke* [b] *die gleiche ist. Die Summe der Streifenlänge[n] multipliziert mit der konstanten Breite ergibt dann den Inhalt des Flächenstückes.*
Weichen die Streifen von der Rechteck- bzw. Parallelogrammform ab, so können sie näherungsweise als Trapeze oder Dreiecke aufgefasst werden. Die Berechnung erfolgt dann mit Hilfe der Mittellinie.

Das Haarplanimeter von Oldendorp

In einem Rahmen sind in gleichen Abständen Fäden gespannt, die über das auszumessende Flächenstück gelegt, dieses mechanisch in gleich breite Streifen einteilen. Zur Berechnung der Flächeninhalte der entstehenden Rechtecke, Trapeze u. Dreiecke misst man am besten die Mittellinien. Um den Gesamtflächeninhalt zu erhalten, braucht man also nur an den mittleren Fäden die Länge der Mittellinie mit einem Zirkel (oder Masstab) abzugreifen und zu addieren.
Auf demselben Prinzip beruht das Planimeter von Mönkemöller, welches die Mittellinie mittels eines Messrades (m) selbsttätig addiert. In einem Rahmen wird auf Schienen eine mit horizontaler Streifeneinteilung und einer senkrechten Indexlinie versehene Glasplatte verschoben. Mit der Platte ist ein Lineal (L) verbunden. Zur Messung der Länge eines Querstreifens bringt man den Index erst an den oberen, dann an den unteren Rand der Kurve und misst diese Verschiebung durch Andrücken des Messrädchens (m) auf das Lineal. Bei der Rückbewegung lässt man das Rädchen frei.

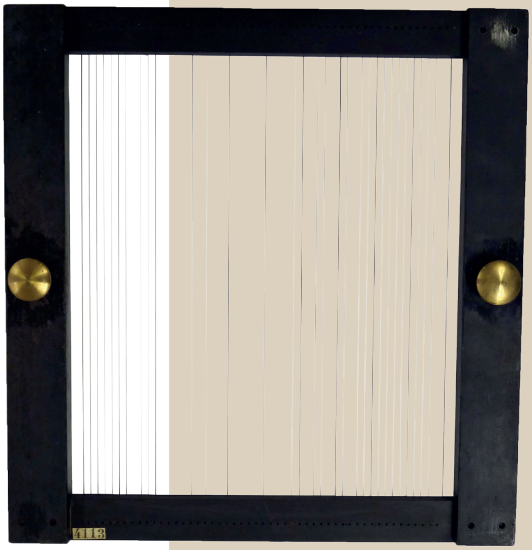
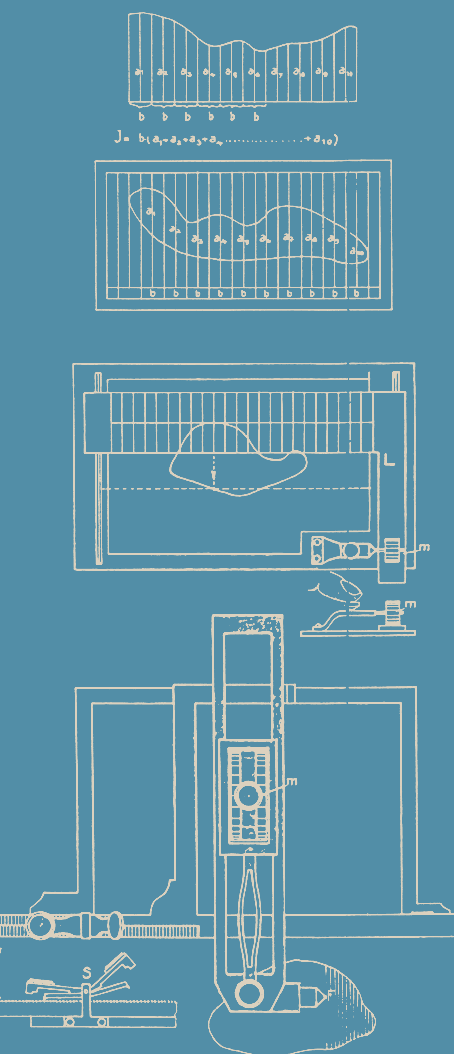


Abb. 11: Haar- oder Harfenplanimeter, Hersteller unbekannt



Die Flächenberechnungsmaschine von Zobel (1815)

führt die Addition der von einem Messrad abgerollten Wege selbsttätig aus. Auf einem festen Rahmen ist ein Wagen mit Meßrad nach zwei zueinander senkrechten Richtungen verschiebbar. Die Verschiebung nach rechts erfolgt ruckweise mit Hilfe einer Sperrklinke S, die eine Zahnstange (Z) um einen Zahn weiterschiebt. In den festgehaltenen Stellungen überstreicht der Fahrstift F die Figur, wobei die Messrolle die Länge der Querlinie misst. Beim Zurückfahren wird die Stange durch einen Hebel gehoben, damit die Rolle frei wird. Darauf wird der Wagen wieder um einen Zahn nach rechts bewegt und die Messung der nächsten Querlinie vorgenom̄en.

Soweit also das Deutsche Museum. Es ist zumindest bemerkenswert, wie knapp und zugleich umfassend informativ hier argumentiert wird – zumal, wenn man bedenkt, dass der handgeschriebene Text und seine vier Zeichnungen im Wesentlichen auf ein DIN A2 Blatt passten! (Dass diese Textfülle den heutigen Kriterien, die an Ausstellungstexte gestellt werden, natürlich deutlich zuwiderläuft, sei hier nur in Parenthese und ohne weitere Wertung erwähnt.) Etwas irreführend für den Leser bzw. damaligen Besucher ist aber, dass der Text scheinbar vom Ältesten zum Neuesten führt – doch genau dieser Eindruck täuscht: Ebenso wie schon das Haar- oder Fadenplanimeter *nach* der Maschine von Zobel und Müller kommt, so ist das hier erwähnte Planimeter von Mönkemöller (mit dem wir uns aber nicht weiter befassen werden; wir begnügen uns mit der Abbildung eines Vorläuferinstruments weiter unten) erst recht ein Produkt des ausgehenden 19. Jahrhunderts (1894), liegt also zeitlich *noch* deutlicher nach Zobel & Müller. Da die Maschine von Zobel und Müller aber – zumindest nach technischen Gesichtspunkten – wesentlich mehr "hermacht" als das einfache Fadenplanimeter, aber auch als das Planimeter von Mönkemöller, *und noch dazu damals ausgestellt war*, ist sicher das Prinzip der Steigerung hier vorrangig gewesen.

Stellen wir also erst einmal die Geschichte vom Kopf auf die Füße. Wie man gesehen hat, taucht das Problem, vorgegebene Flächen zu messen – sei es in der Natur, sei es auf Plänen oder Karten –, schon früh auf, quasi in "vorgeschichtlicher" Zeit. Spätestens seit dem Anfang des 17. Jahrhunderts ist die später so genannte *Rastermethode* bezeugt: Eine wenigstens näherungsweise korrekt auszumessende Fläche wird mit einem *Netz aus Quadraten* (oder auch Rechtecken; wir beschränken uns zunächst auf Quadrate) bekannter Kantenlänge b überzogen, deren Größe (= Flächeninhalt) b^2 man also kennt. Zählt man nun die ganz innerhalb der Fläche liegenden Quadrate und schätzt die "unvollständigen" Quadrate am Rand einigermaßen gut ab, so bekommt man eine Gesamtzahl von Quadraten, die – mit der Quadratfläche b^2 multipliziert – einigermaßen gut der Gesamtfläche nahekommen werden.

Man kann aber, um diesen Prozess abzukürzen, auch "untereinanderliegende" Quadrate zu einem Streifen zusammenfassen; die Breite dieses Streifens ist eine Quadratkante der Breite b, und die Streifenlänge m kann (auf verschiedene Arten, aber das soll für den Augenblick nicht interessieren) gemessen werden. Der Streifen hat also die Fläche $m \cdot b$; da es mehrere solche Streifen geben wird, nummerieren wir sie von 1 bis n durch, und die i-te Streifenlänge bezeichnen wir dann mit m_i; für die Flächen am Rand nehmen wir wieder eine vernünftige Schätzung vor und nehmen ihre Größe der Einfachheit halber als "nullten Streifen" $m_0 \cdot b$. Insgesamt haben wir dann

$$m_0 \cdot b + m_1 \cdot b + m_2 \cdot b + \ldots + m_{n-1} \cdot b + m_n \cdot b.$$

Wir klammern das b aus und erhalten

$$(m_0 + m_1 + \ldots + m_n) \cdot b.$$

Wir müssen also nur die sukzessiven Streifenlängen m_i, $0 \leq i \leq n$, messen, sie zusammenaddieren, am Ende die Summe mit der Streifenbreite b multiplizieren – und sind fertig. Aber es wird immer eine Näherung bleiben, wenngleich durchaus eine gute. Und das ist die Idee, die dem Faden-, Haar- oder Harfenplanimeter zugrundeliegt, welches aber nun auf die Zählquadrate ganz verzichtet:

Das Faden-, Haar- oder Harfenplanimeter

Zu den erfolgreichsten Instrumenten für (passable) Flächeninhalts*näherungen* zählt das zu Beginn des 19. Jahrhunderts auftauchende sogenannte Faden-, Haar- oder Harfenplanimeter. Es besteht aus einem quadratischen oder rechteckigen Rahmen, in dem zwischen zwei gegenüberliegenden Seiten in gleichem, engem Abstand Fäden gespannt sind; ein gewöhnliches Exemplar wohl schon von Ende des 19. Jahrhunderts zeigt die Abbildung.

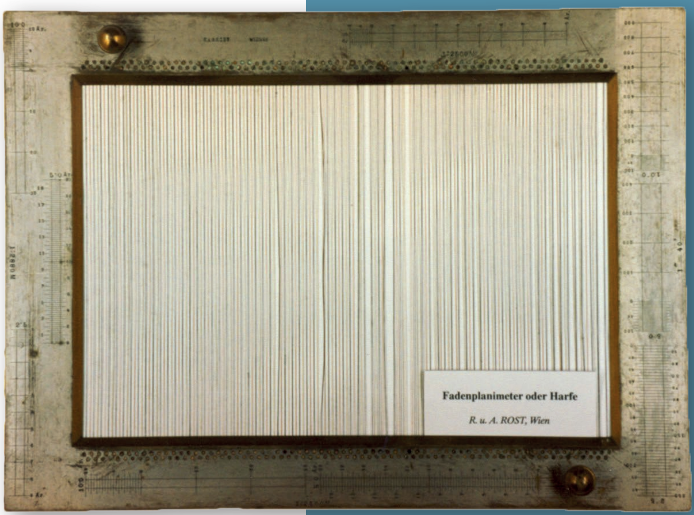


Abb. 12: Haar- oder Harfenplanimeter der Firma R. und A. Rost, Wien

Es verdankt seine Namen einmal dem Umstand, dass diese Fäden meist aus Rosshaar gemacht wurden, das einerseits fein, andererseits stark genug war, um straff gespannt zu werden, oder aber, dass insgesamt durch die vielen gleichabständigen Fäden der Eindruck einer Art von Harfe beim Betrachter erweckt wurde.

Wenn nun eine zu messende Fläche auf einer Zeichnung vorlag, dann legte man das Haarplanimeter so darüber (wenn möglich), dass die Fläche ganz überdeckt war; dadurch wurde sie zugleich – durch die Fäden – in schmale Streifen "zerlegt". Im einfachsten Fall, auf den wir uns hier beschränken wollen, konnte man dann folgendermaßen argumentieren: Die Streifen können als schmale Trapeze betrachtet werden, wenn man die im Allgemeinen nur sehr kurzen Teile der Randkurve, die die Streifen an den zwei kurzen Seiten begrenzen, als Geradenstücke ansieht. Trapeze haben den Flächeninhalt $m \cdot h$, wenn m den Mittelwert zwischen den parallelen Seiten a und c darstellt sowie h die Höhe, d. h. den Abstand dieser Parallelseiten; es ist also

$$F = m \cdot h \, \tfrac{1}{2}(a + c) \cdot h.$$

Den Mittelwert m erhält man aber ganz einfach, indem man eine "Ideallinie" in der Mitte zwischen zwei Fäden betrachtet und ihre Länge feststellt. Macht man das – zunächst erst mal gedanklich – für alle diese, sagen wir wieder: n Trapeze, die wir der Einfachheit halber konsekutiv durchnummerieren und entsprechend auch ihre n Mittellinien wieder mit m_i, $1 \leq i \leq n$, bezeichnen, nimmt ihren jeweiligen Flächeninhalt $m_i \cdot h$ und zählt diese n Flächeninhalte anschließend zusammen, so erhält man den Flächeninhalt der durch die Trapeze angenäherten Gesamtfigur wie vorher (da wir Trapeze statt nur Rechtecke betrachten, kann die Abschätzung von Restflächen entfallen):

$$F = m_1 \cdot h + m_2 \cdot h + \ldots + m_{n-1} \cdot h + m_n \cdot h = (m_1 + m_2 + \ldots + m_{n-1} + m_n) \cdot h.$$

Mit anderen Worten: Addiert man die mittleren Längen aller n Streifen, so muss man das Ergebnis nur noch mit der (für alle Streifen ja gleichen) Höhe h multiplizieren, der Breite der Trapezstreifen, und man hat den Näherungswert erhalten. Es ist intuitiv klar, dass der Wert (im Allgemeinen!) umso besser wird, je kleiner h ist, je enger also die Fäden gespannt sind; ferner sieht man dann aber auch, dass es gar keinen großen Unterschied macht, ob man sich wirklich die Mühe gibt, die Mittellinie m zu bestimmen, oder sich nur auf eine Seite des Trapezes (immer die linke, oder immer die rechte) konzentriert, da letzten Endes beide miteinander verschmelzen werden.–

Die Vorgeschichte des Fadenplanimeters ist verwickelt, fast undurchschaubar. 1810 und nochmals 1814 machte der ansonsten weitgehend unbekannte Franzose Charles-Henri Bryon den Vorschlag, eine Fläche instrumentell in Streifen gleicher Breite zu zerlegen und die Streifenlängen zu summieren – und das ist die früheste Stelle, derer wir zurzeit habhaft werden können. Aus Hunäus 1864, 635, kann man dann entnehmen, dass als wahrscheinlich nächster Akteur auf dem Gebiet der Planimeter ein gewisser Oldenburg tätig war. Dies wird durch den Verweis auf "Der Oldenburgsche Planimeter, verbessert und beschrieben von H. Pieper", Lüneburg 1825, bekräftigt. Es handelt sich hier um einen Herrn Oldenburg, gestorben 1819 zu Lingen an der Ems; von ihm ist aber nicht einmal der Vorname bekannt. Pieper stellt lediglich fest, dass die Erfindung von Oldenburgs Planimeter in das Jahr 1815 fällt. Das Oldenburgsche Gerät, das in gewisser Weise noch deutlich "mechanischer" als das Haarplanimeter war, bringt uns also schon ins Jahr 1815, jedenfalls in die Nähe von Zobel & Müller.

Oldenburg 1815

Die Vorgehensweise von Zobel und Müller, die wir bald intensiver betrachten werden, lag in der Luft, und dazu wollen wir kurz die Geschichte der Haarplanimeter streifen. Wie schon gesagt, ist von Oldenburg nur bekannt, dass er 1819 in Lingen an der Ems starb; weder sein Geburtsort und -jahr scheinen überliefert, noch sein Vorname. Auch von seinem Bruder wissen wir nur, dass er 1825 Pastor in "Oldendorf bey Melle" war und die Erlaubnis zur Veröffentlichung der Beschreibung des Planimeters gab. Diese Beschreibung wurde von Hermann Pieper, einem Schüler Oldenburgs, der Öffentlichkeit übergeben, und diesem verdanken wir auch die wenigen biographischen Angaben die wichtigste Information ist jedoch, dass Oldenburg sein Instrument 1815 erfunden habe (Pieper 1825, VIII) – also sehr zeitnah zu Zobel und Müller. Leider lässt Pieper jedoch absolut im Dunkeln, was "die besten Maschinen dieser Art, welche in den letzten Jahren bekannt geworden sind" und denen nun mit Piepers Veröffentlichung das Oldenburgsche Planimeter "an die Seite" gestellt wurde, gewesen sein könnten; es werden weder Fakten noch Namen genannt. Zweifelsohne muss dies insbesondere die Maschine von Zobel und Müller gewesen sein, da eine ausführliche Buchpublikation dazu vorlag; aber über weitere Erfindungen und Konstruktionen erfahren wir leider außer der pauschalen Feststellung von Pieper rein gar nichts.

Pieper hält außerdem fest, dass das von ihm noch verbesserte Oldenburgsche Gerät das Wohlwollen des "Königlich Großbritannisch-Hannoverschen Landes-Oeconomie-Collegiums" in Celle gefunden habe; mehr noch, dass dieses Gremium "die besondere Zweckmäßigkeit und Nützlichkeit [dieses Instruments] anerkannt hat" (Pieper 1825, IX). Dies äußerte sich auch darin, dass "allein für das Königliche Landes Oeconomie-Collegium zu Celle neun Exemplare verfertigt worden sind" (Pieper 1825, 49; es konnte aus Zeitgründen leider nicht mehr recherchiert werden, ob sich noch irgendwo eines dieser neun oder etwaiger anderer Exemplare erhalten hat).

Das Prinzip ist aber das gleiche wie später bei Zobel & Müller: eine (ebenfalls wie dort imaginär bleibende) Zerlegung der zu messenden Fläche in parallele und gleich breite Trapeze sowie die Messung deren Längen samt Kumulierung der Ergebnisse. Das Instrument von Oldenburg besteht aus zwei Teilen: einerseits dem "Parallel-Lineal", andererseits dem "Längenmesser". Die Bezeichnungen sind selbsterklärend: Während Ersteres dafür sorgt, dass in gleichabständigen Parallelen von Streifen zu Streifen vorangeschritten werden kann, dient Letzteres dem Ausmessen der durch diese Streifen definierten

Abb. 13: Aus der Tafel mit Zeichnungen von Pieper 1825: Figuren 3, 4 und 8, in einer Zeichnung zusammengefasst

(Trapez-)Längen; mit dieser Längenmessung verbunden ist natürlich praktischerweise gleich eine Akkumulierungs- oder Summierungsvorrichtung. Hier nun ein Bild, erst des Parallellineals:

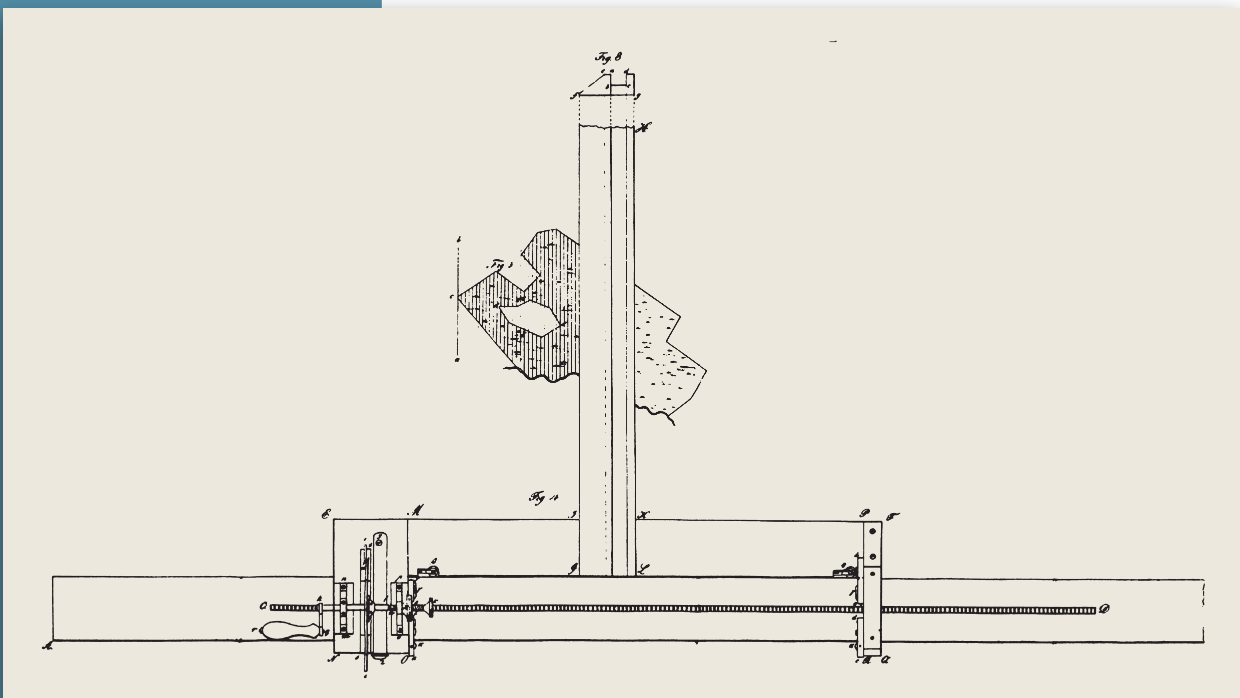
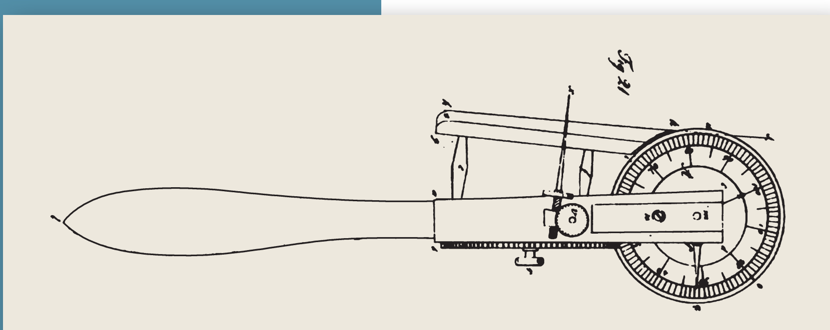
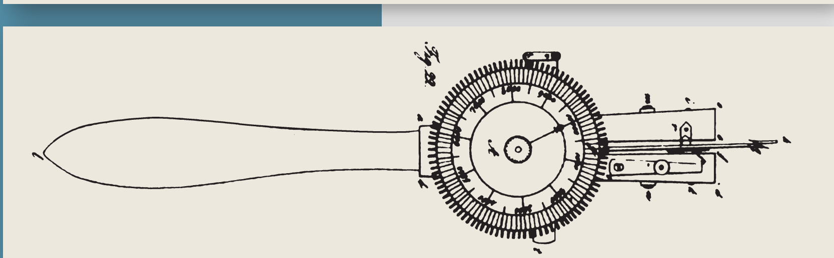


Abb. 14, 15: Aus der Tafel mit Zeichnungen von Pieper 1825: Figur 21 (oben) und Figur 22 (unten)

Das Parallellineal besitzt einen in sein Grundlineal eingelassenen Messingteil, "Kamm" genannt, der zur schrittweisen Vorwärtsbewegung des eigentlichen Parallellineals dient.





Nun ein Blick auf den Längenmesser; links jeweils der Handgriff, um den Längenmesser auf das Parallellineal aufzusetzen, rechts – oben – der Blick auf das eigentliche Messrad (die bei Oldenburg/Pieper sogenannte "Längenscheibe"), unten dann auf die Zählvorrichtung für volle Umdrehungen des Messrads (die "Summirscheibe").

Wie später bei Zobel & Müller muss der größte Teil der Beschreibung auf das Funktionieren der Verschiebung mit dem Parallellineal bzw. auf die Addition der gemessenen Längen verwendet werden, also auf genau die Dinge, die vom rechnerisch-mathematischen Gesichtspunkt her irrelevant sind. Genau dieser aber ist umgekehrt bei Oldenburg/Pieper lakonisch kurz gehalten (Pieper 1825, 39-45), wenn man vom Versuch einer in der Einleitung bereits durchgeführten Fehlerabschätzung absieht. Pieper bezieht alles auf reale Maße und die "Ruthe" als grundlegende Messeinheit; der Grundmaßstab, der dann zu den Dimensionen des Instruments vermittelt, ist durch die Beziehung "200 Ruthen auf einen Calenberger Fuß" gegeben (Pieper 1825, 39); daraus ist der verwendete Maßstab abzuleiten. Da im Königreich Hannover 1815 (und auch 1825) noch kein metrisches System galt und auch nicht bekannt ist, dass – wie in Bayern – eine dezimale Unterteilung der Längen- und Flächenmaße zumindest für die Landesvermessung festgelegt wurde, bleibt nur noch festzustellen, ob hier die 12- oder die 16-füßige Rute gemeint ist – denn beide gab es, und beide wurden auch verwendet. Das aber lässt sich aus einer Angabe ermitteln, die eigentlich der Umrechnung dienen soll, falls man das Ergebnis nicht in Quadratruten, sondern lieber in "Morgen, Acker, Juchart u. s. w." anfallen lassen möchte. Hier wird nämlich indirekt festgehalten, dass 1 Morgen 120 Quadratruten, 1 Acker 160 und 1 Juchart 140 Quadratruten besitzt. Daraus zeigt sich aber nach den üblichen Größenangaben z. B. für den Morgen von rund 2500 m², dass die 16-füßige Rute und damit ein Maßstab von 1 : 3200 zugrundegelegt wird. Im Rückschluss auf die Dimensionen des Instruments bedeutet das, dass bei Zugrundelegung der 16-füßigen Rute von rund 4.60 m ein Wert von 4.60 m : 3200 = 1.4375 mm als Abstand zwischen zwei (imaginären!) Parallellinien entsteht. Dieser Abstand entspricht beim Fadenplanimeter dem Abstand zwischen zwei seiner Fäden.

Soweit die Schrittweite des Parallellineals; nun zur "Längenmessung" mit dem Messrad: Konkret ist es so dimensioniert, dass sein Umfang genau 100 Teile, jeweils einer Rute entsprechend (natürlich maßstäblich verkleinert), besitzt; ein Zählrad von ebenfalls 100 Teilen misst seinerseits die vollen Umdrehungen des Messrads, sodass insgesamt 100 · 100 = 10 000 Ruten von Messrad und Zählrad zusammen registriert werden können.

Insgesamt aber handelt es sich um ein Instrument von beachtlichen Ausmaßen: Das Grundlineal hat 4 Fuß oder 1.15 m Länge, wovon 2 Fuß oder rund 57 cm mit der Vorrichtung zum Vorrücken um einen Schritt – dem Kamm – eingerichtet sind; das verschiebbare (auf dem Kopf stehende) T-Stück hat in der dazu senkrechten Dimension 2 Fuß 1 Zoll, also etwa 60 cm (Pieper 1825, 10 und 12). Von letzteren können rund ¾, also rund 1½ Fuß ≈ 45 cm, zur Längenmessung benutzt werden (Pieper 1825, 43-44), sodass insgesamt 2 · 1½ = 3 Quadratfuß oder rund 2500 cm² große Flächen gemessen werden können.

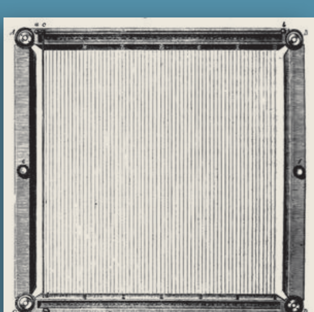
Nun kommen wir aber zu einer kleinen Merkwürdigkeit, die ihre Ursache nochmals in der Angabe der Maßverhältnisse hat. Wir erinnern uns, dass der Grundmaßstab, für den die Maschine eingerichtet wurde, in der Form "200 Ruthen auf einen Calenberger Fuß" angegeben worden war. Man liest nun mit einem gewissen Erstaunen: "Es müssen nämlich die im Dienste des Königlich Großbritannisch Hannoverschen Landes-Oeconomie-Collegii anzufertigenden Charten und Pläne in dem vorgeschriebenen Maaßstabe verzeichnet werden, nach welchem 100 Ruthen auf einen h a l b e n Calenberger Fuß gehen" (Pieper 1825, 41-42). Aber das ist ja genau derselbe Maßstab wie zuvor, zumindest für uns; denn ob 100° → ½" oder 200° → 1": Beides läuft auf den gleichen Maßstab 1 : 3200 hinaus. Tatsache ist jedoch, dass Pieper hier beginnt, auf etwas undurchsichtige Weise mit den Dimensionierungen von Kamm und Messrad zu spielen: Dieses kann "keinen besonders großen Durchmesser haben", bei jenem kann der Zahnabstand "nur sehr schwach ausfallen" (Pieper 1825, 42). Um es kurz zu machen: Pieper entschließt sich, den Maßstab auf das Doppelte zu vergrößern, also mit 1 : 1600 zu arbeiten, und stattdessen alle mit dem Instrument gemessenen Flächen mit dem Faktor 4 zu versehen.

Bei dieser Gelegenheit verrät Pieper nun aber endlich, dass jetzt sein 2 Fuß langer Kamm 200 Zähne besitzt. Das bedeutet einerseits, dass eine Schrittweite von $\frac{1}{100}$ Fuß ≈ 2.9 mm, entsprechend 1 Rute, resultiert; das ist also der *doppelte* Schrittweitenwert wie vorher. Und andererseits besagt das natürlich für das Maßstabsverhältnis, dass 1 Rute eben diesen $\frac{1}{100}$ Fuß entspräche, was übereinstimmend auf den halben Maßstab 1 : 1600 bei 16-füßiger Rute führt. *Einen* Vorteil hat diese etwas undurchsichtige Manipulation also am Ende doch gehabt: "Dagegen gewährt dieser große Planimeter den Vortheil, dass man nur die Hälfte der Streifen zu messen hat" (Pieper 1825, 43) – denn auch die Schrittweite ist nun doppelt so groß!

Das Buch endet mit einem Hinweis auf die Bezugsquelle und den Preis: Der "Uhrmacher und Graveur W i c k e in Lüneburg" verfertigte das Instrument für 37 Konventionstaler in Ebenholz, für 31 Konventionstaler in jedem anderen und geeigneten Holz (denn von den wenigen aus Messing ausgeführten Teilen abgesehen, ist das Instrument in seinen überwiegenden Bestandteilen aus Holz).

Oldendorp 1826

Abb. 16: Fadenplanimeter von Oldendorp



Das Faden- oder Haarplanimeter wird aber heute meist nicht Oldenburg, sondern einem gewissen Oldendorp zugeschrieben (seine Autobiografie, die es immerhin gibt und die für die Familie geschrieben wurde, ist noch unveröffentlicht). Er ist ebenfalls bei Hunäus 1864, 633-635, erwähnt, dann auch bei Favaro 1873, 75, und dann noch bei Galle 1912, 67, dort mit dem "H a r f e n p l a n i m e t e r von O l d e n d o r p ". Nach den Recherchen von Stefan Drechsler und Barbara Haeberlin (u. a. im Rechnerlexikon, oder in Drechsler/Haeberlin 2009) kann man sagen, dass Eduard Oldendorp (1795-1881) gemeint ist, der "Ober-Commissair" im Hannoverschen war. Aber es lässt sich noch etwas mehr sagen: Den unveröffentlichten Lebenserinnerungen von Oldendorp zufolge wurde sein Planimeter erst 1826 erfunden – und das ist jedenfalls schon ziemlich spät.

Die Zuschreibung des Fadenplanimeters an Oldendorp ist aber insofern zutreffend, als er ihm die einfache, unverwechselbare Form mit (meist quadratischem) Rahmen und parallel gespannten, gleichabständigen Fäden gab, die schon eingangs beschrieben wurde, und auf weitergehende Mechanisierung verzichtete. Zum Ausmessen der Streifenlänge wurde von Oldendorp einfach ein sogenannter (handelsüblicher) *Hunderterzirkel* vorgeschlagen; an seinem Stellkreis waren "Teile" bzw. ihre Markierungen von 0 bis 100 auf einer Skala angebracht, mit denen man dann ablesen konnte, wieviele solcher Teile gerade eine gemessene Strecke hatte.

Meist waren die Hunderterzirkel sogar mit einer Zählvorrichtung ausgerüstet, sodass man mühelos feststellen konnte, wie viele Hunderter seit Beginn gemessen, d. h. also gezählt worden waren.

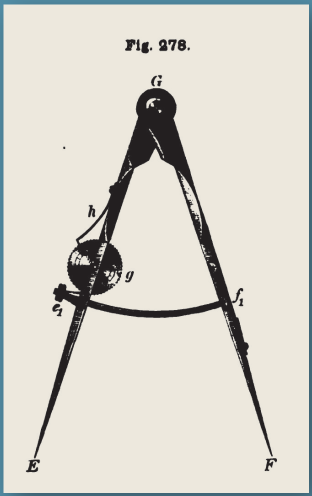
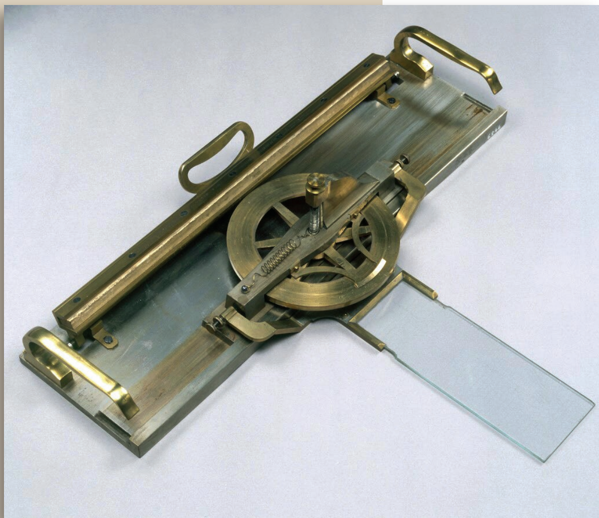


Abb. 17: Hunderterzirkel von Oldendorp

Beuvière 1845 / Mönkemöller 1894

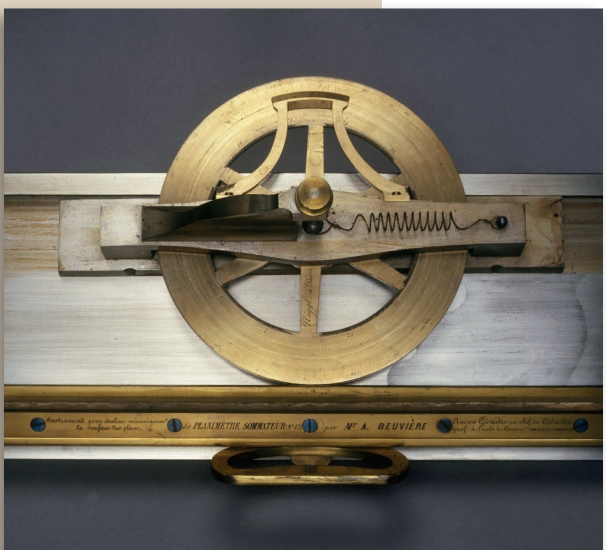
In der obigen Darstellung des Deutschen Museums folgt auf das Haarplanimeter gleich das Planimeter von Mönkemöller, das auch in einer Prinzipskizze wiedergegeben wurde. Der Ordnung halber muss man hinzufügen – was im Deutschen Museum noch fehlt –, dass auch das Mönkemöllersche "Schiebeplanimeter" einen Vorläufer in dem zudem fast ein halbes Jahrhundert älteren Planimeter von A. Beuvière hat (erfunden und publiziert 1845, nochmals und erweitert 1848).

Dazu nochmals Drechsler/Haeberlin 2009, 7: "1845 stellt der französische Katasteramtschef des Departements Côtes-du-Nord, Beuvière, sein Instrument der französischen Akademie der Wissenschaften vor. Das Gerät besteht aus einem Glaslineal, das mit parallelen Streifen versehen ist, sowie einem Schlitten mit einem Messrad. Der Schlitten wird auf parallelen äquidistanten Bahnen über die Landkarte geschoben, wobei die Messrolle nur dann abgesenkt wird, wenn sie sich innerhalb des zu vermessenden Gebietes befindet. Auf diese Weise wird beim Überfahren die Länge jeder Bahn gemessen und kann am Messrad abgelesen werden [...]. Der Bericht der Prüfungskommission testiert dem Gerät hinreichend hohe Genauigkeit, einfache Bedienbarkeit und einige, allerdings behebbare, Mängel, wie z.B. ein zu hohes Gewicht [...]." Und erst jetzt dürfte Mönkemöller anschließen.



Wir wenden uns aber nun endlich dem Instrument von Zobel und Müller zu, und damit zugleich wieder den Jahren 1814/15, die für die Planimeterentwicklung so entscheidend waren. Wir werden sehen, dass unterschiedliche Menschen im gleichen Jahr vollkommen verschiedenen Ideen anhingen, die letztlich aber den Unterschied zwischen näherungsweise (Zobel und Müller) und theoretisch exakt arbeitenden Instrumenten (Hermann) darstellen. Wir werden aber jedenfalls gut daran tun, jetzt schon festzuhalten, dass auch die Erfindung von Zobel und Müller eine wirklich unabhängige Maschine darstellt und sicher alle (wenigen) potentiellen Vorgänger, aber auch die meisten ihrer nun schon gestreiften Nachfolger, sofern sie auf dem gleichen Prinzip der Zerlegung einer Fläche in gleich breite Streifen beruhen, an Komplexität übertrifft.

Abb. 18, 19: Planimètre sommateur Nr. 17 von A. Beuvière, um 1850



Interessanterweise werden wir aber auch das Werk zweier bayerischer Landvermesser kennenlernen, denen sich dann mit Hermann ein weiterer hinzugesellen wird. Wir haben also das Phänomen zu konstatieren, dass die zu den ersten Schritten vor und bei der exakten mechanischen Flächenmessung gehörenden Personen allesamt bei der gleichen "Behörde" beschäftigt waren, nämlich der Bayerischen Steuerkatasterkommission, der Vorgängereinrichtung des heutigen Landesamtes für Digitalisierung, Breitband und Vermessung.

Fig. 8.

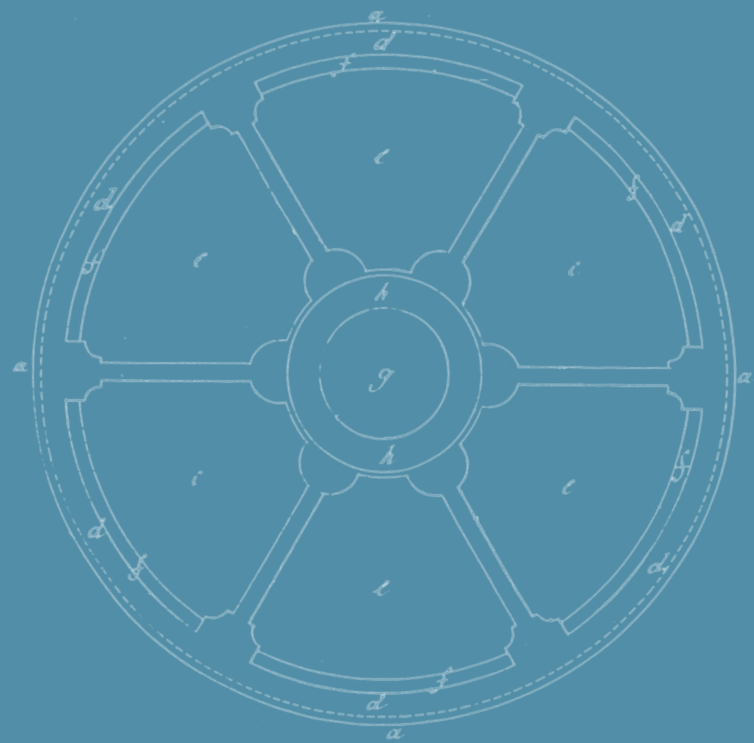


Fig. 9

Fig. 12.

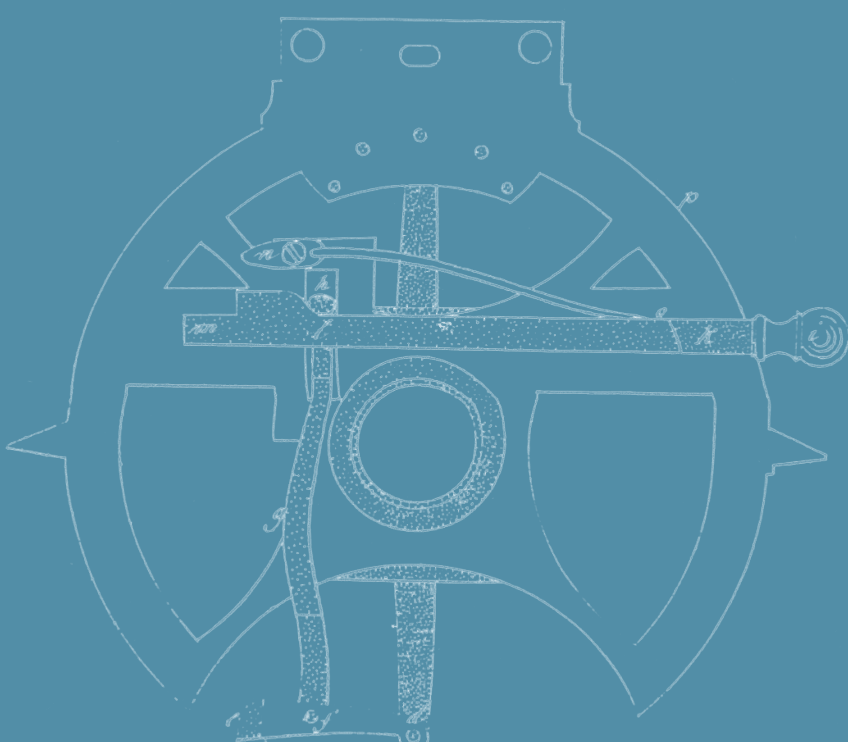
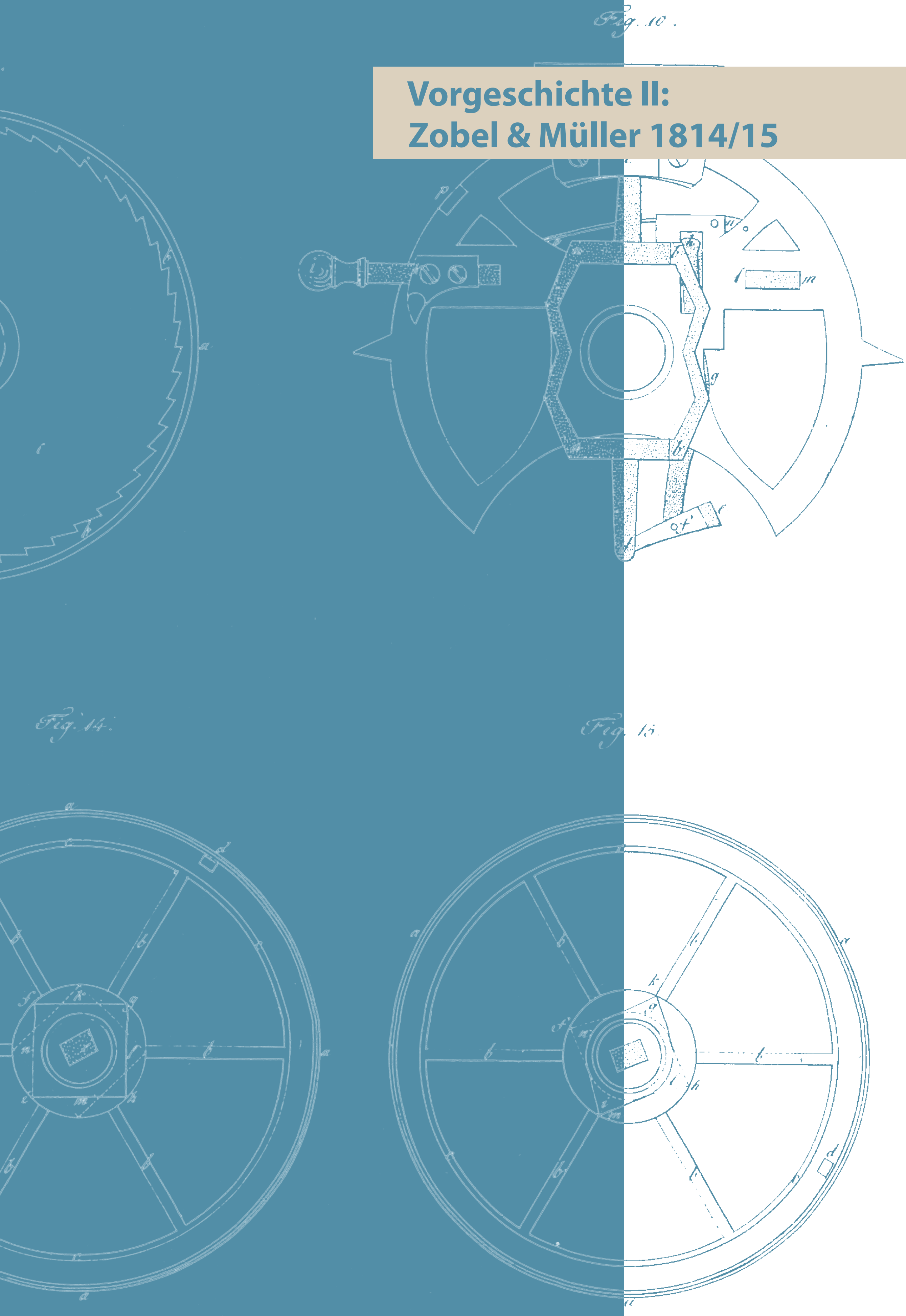


Fig. 13.

Vorgeschichte II:
Zobel & Müller 1814/15



Zobel & Müller 1814/15

Auf dem Prinzip des Harfenplanimeters, aber zumindest auf der schon Bonaventura Cavalieri im 17. Jahrhundert zugeschriebenen Methode, eine zu messende Fläche in schmale, aber gleich breite Streifen zu zerlegen (aber ohne diese Zerlegung "bis ins Unendliche" voranzutreiben), beruht also auch die Flächenberechnungsmaschine von Zobel und Müller aus 1814/15; sie ist damit mehr oder minder eine Mechanisierung des Harfenplanimeters – möglicherweise sogar, bevor es diesen Namen und das Gerät überhaupt gab.

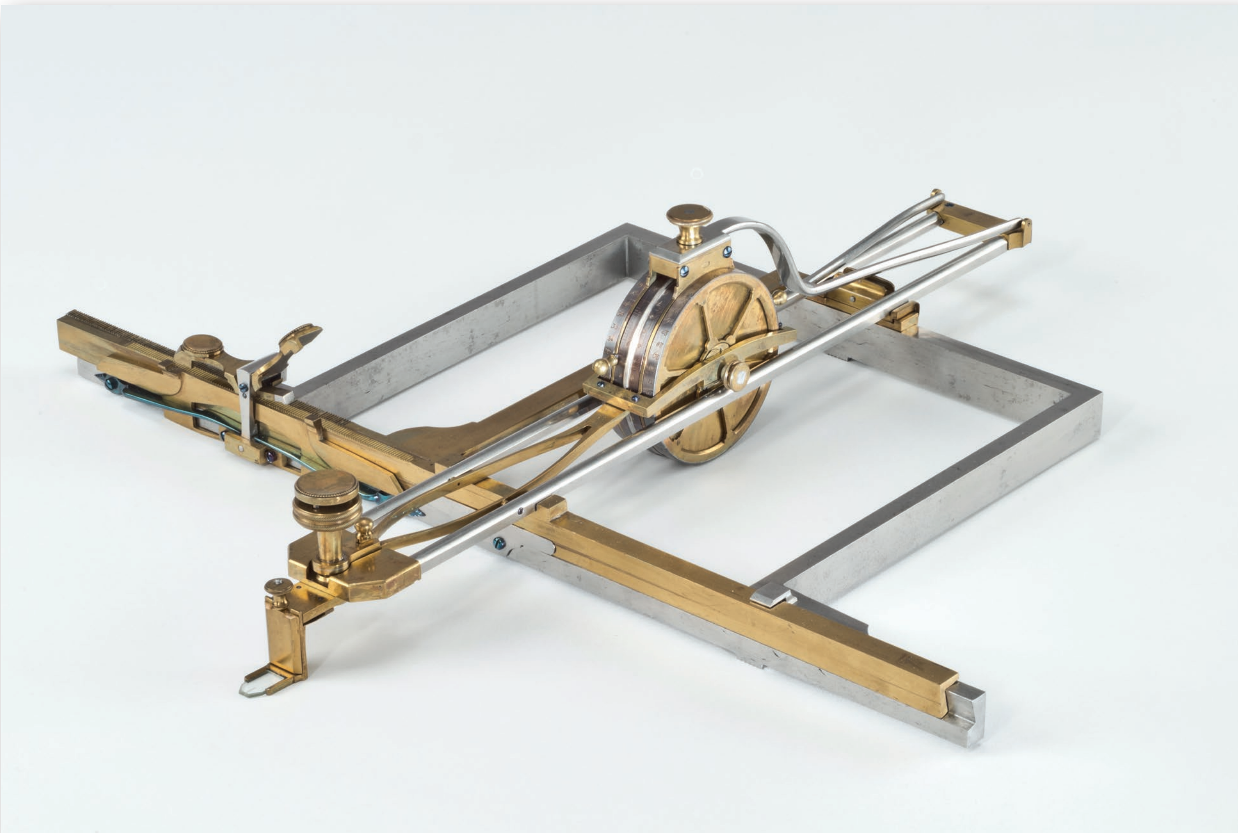


Abb. 20: Flächenberechnungsmaschine von Zobel & Müller, Ansicht von halbrechts vorne

Konkrete Fäden zur Aufteilung oder Zerlegung der Fläche in Streifen sind nicht vorhanden; stattdessen rückt ein Taster (links deutlich zu sehen) den zentralen Mechanismus, der seinerseits als wichtigsten Bestandteil ein Messrad trägt, bei jeder Betätigung um die Breite h (entsprechend einer der oben schon betrachteten konstanten Trapezhöhen) voran. Entscheidend muss also nun die Messung und Addition der Streifenlängen sein. Sie geschieht folgendermaßen: Zur Vorbereitung einer Messung wird eine Linie durch die auszumessende Figur gezogen, die ungefähr mit dem größten Durchmesser oder der größten Diagonale übereinstimmt; die Maschine wird dann so aufgestellt, dass der Arm, der das Messrad bzw. Messwerk trägt, sich senkrecht dazu bewegt.

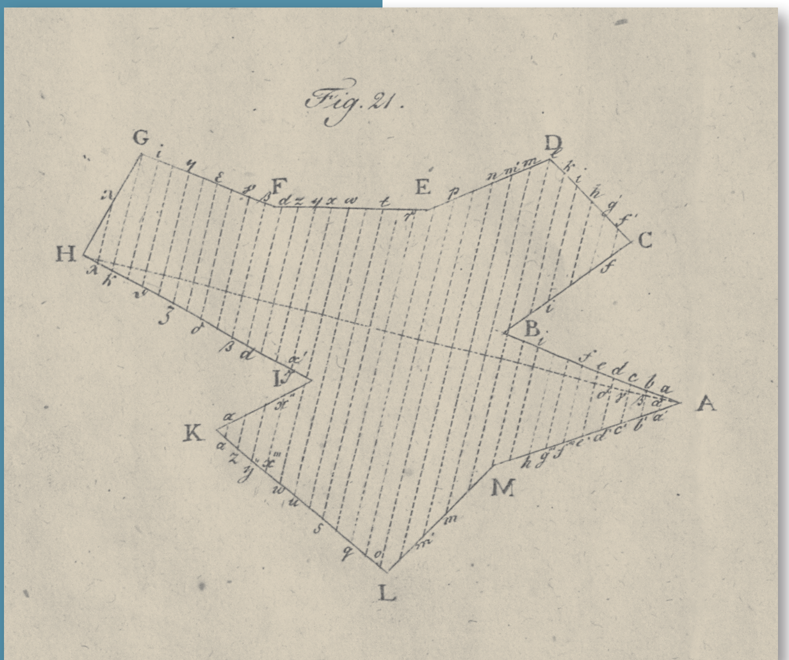
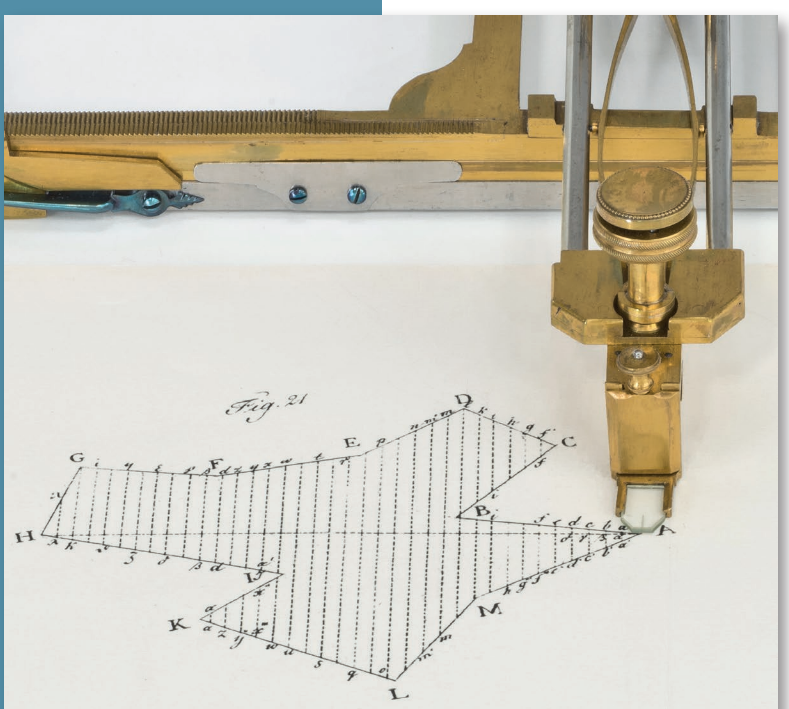


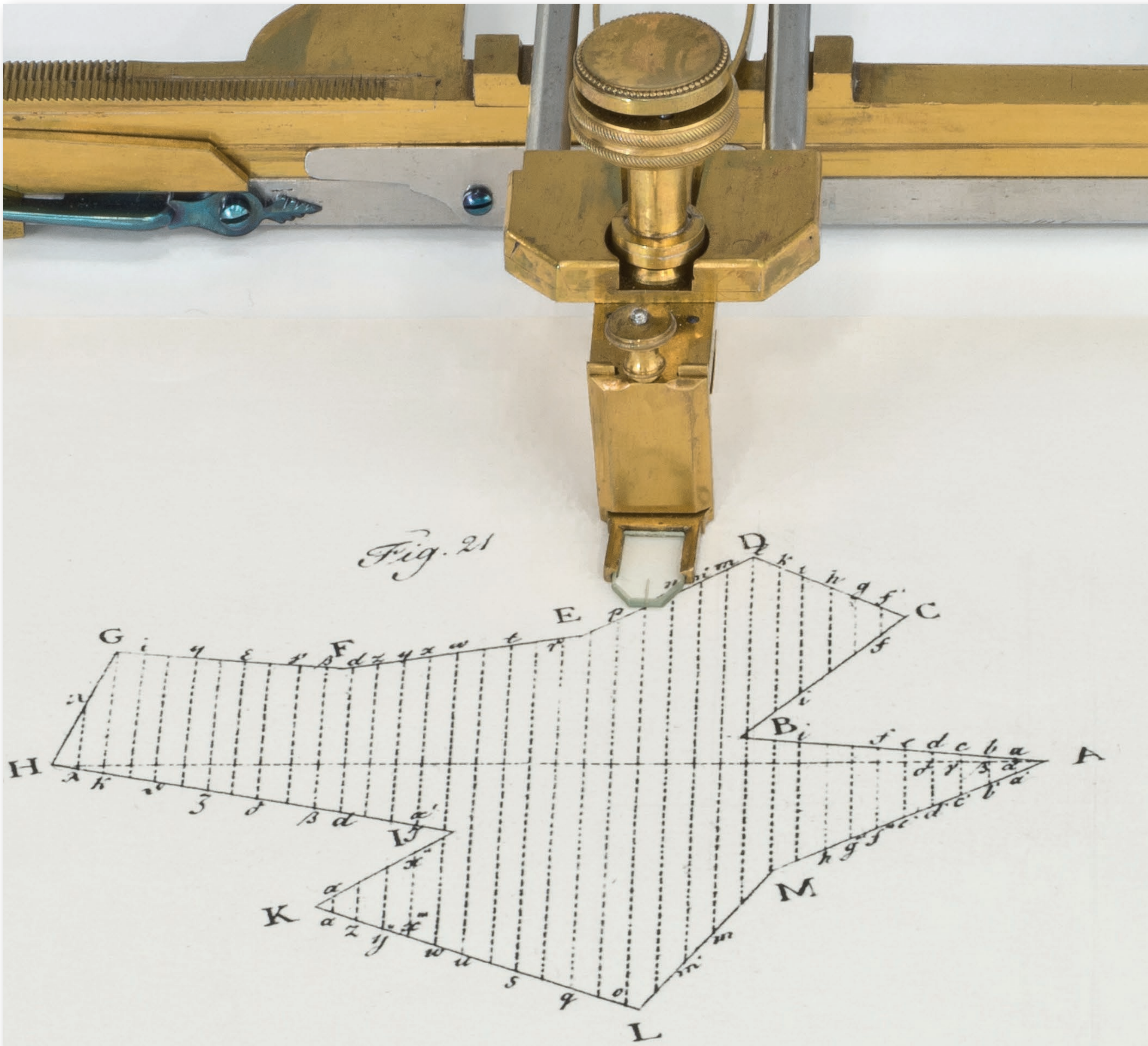
Abb. 21: Die "größte Diagonale"

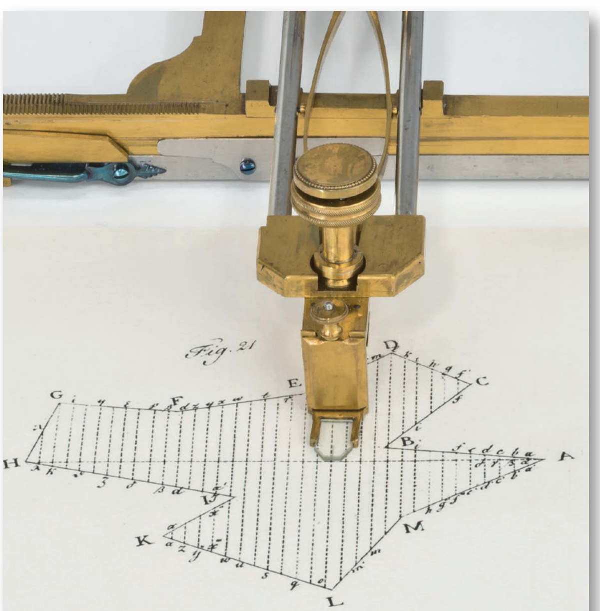
Die Senkrechten zu der größten Diagonalen, wie sie hier gestrichelt eingezeichnet sind, sind dabei *rein ideeller Natur*; sie deuten nur die später benutzte Zerlegung in Trapeze an. Die Flächen bzw. die Ordinaten werden übrigens bei Zobel standardmäßig von oben nach unten und von rechts nach links gemessen.

Man bringt durch diese Aufstellung auch den zentralen Mechanismus (auf einer Art Schlitten bzw. Steg) in eine solche Position, dass er (indirekt) der ersten Trapezseite folgen kann, indem man das in der Mitte des Stegs zu sehende Messrad – das zuvor noch in eine Nullstellung gebracht wurde – absenkt, sobald die Marke auf dem Arm den Streifen z. B. von oben kommend, erreicht, und es an seinem (unteren) Ende wieder abhebt, d. h. wenn die Marke den Streifen verlässt. Dazu dient der zweite Taster ganz vorne auf der Maschine: Durch Druck auf ihn wird das Messrad an- und damit von der Zeichenfläche abgehoben; lässt man den Taster frei, ist das Messrad in seiner abgesenkten Stellung. Während dieser Bewegung wird also die Länge a_1 des ersten Trapezes von dem Messrad abgerollt, d. h. abgewickelt und damit erfasst. In abgehobener Stellung wird das Messrad nun wieder in eine solche Position gebracht, dass es oberhalb der Figur steht; dann löst man den linken Taster aus, versetzt den Schlitten damit um eine Streifenbreite h nach links und erfasst auf die gleiche Art die Länge a_2 des zweiten Trapezes. Die Addition der Streifenlängen wird automatisch vom Messrad übernommen, indem es einfach weitergedreht wird; eine Addition durch einen menschlichen Bediener ist nicht erforderlich.

Abb. 22: Anfangsaufstellung der Maschine von Zobel & Müller







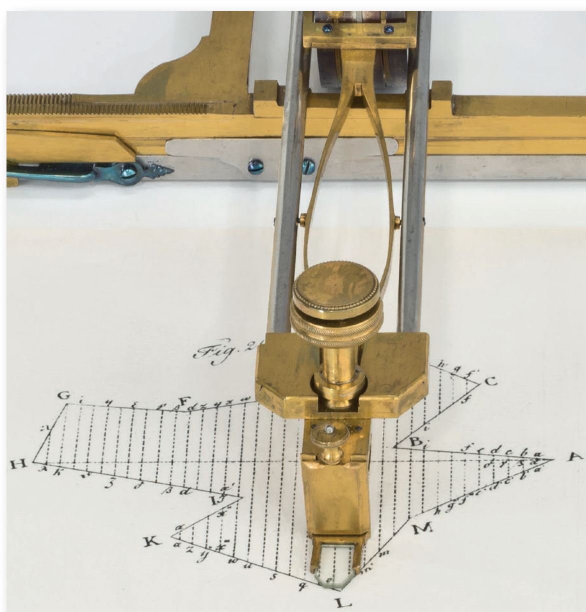


Abb. 23, 24, 25: weiterer Messvorgang

Man setzt dieses Verfahren so lange fort, bis man den linken Rand der auszumessenden Figur erreicht oder überschritten hat; das Messrad hat dann (automatisch) den Wert

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + a_n$$

geliefert. Es bleibt nur noch die Multiplikation mit h durchzuführen, und der Näherungswert ist fertig. Wir werden uns den Messvorgang aber später noch im Detail und mit allen seinen Eigenheiten ansehen.

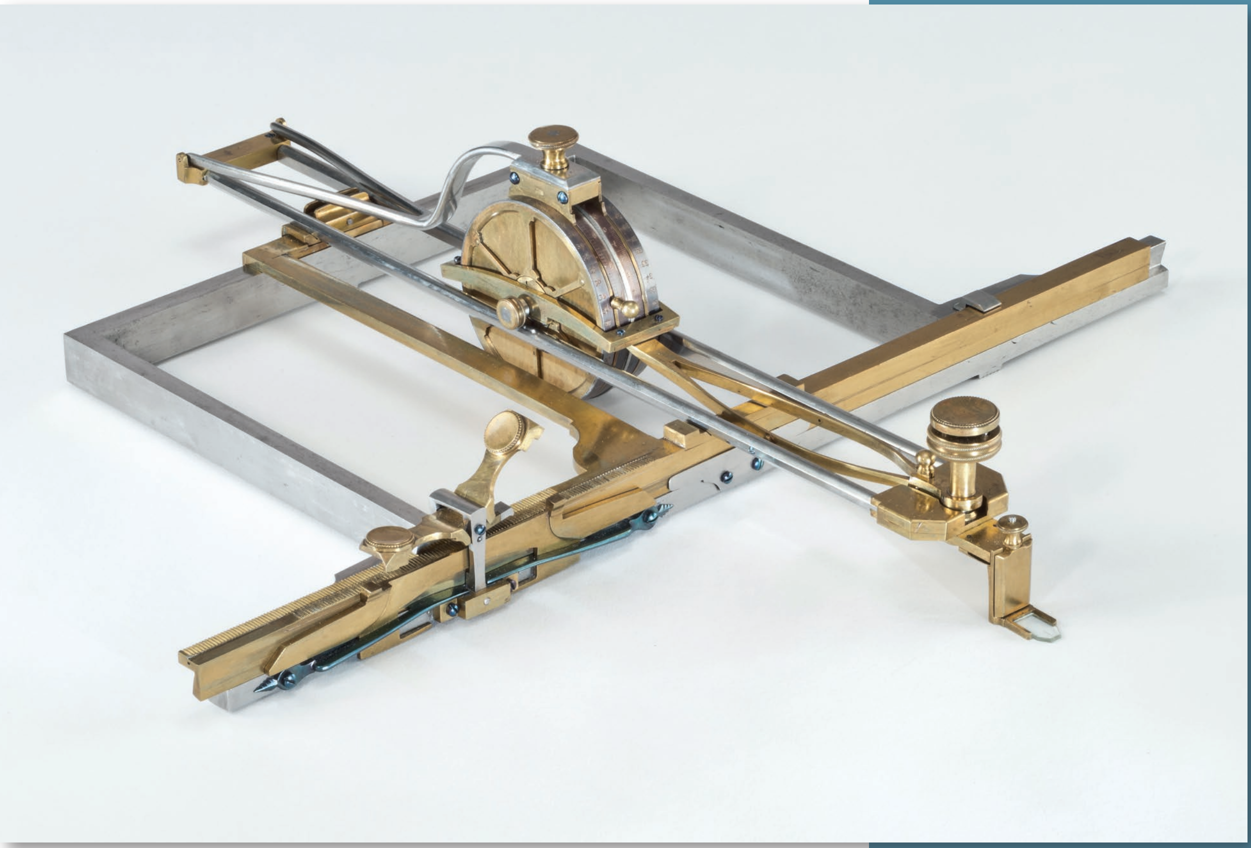
Die Publikation

Das Gerät von Johann Georg Zobel und Joseph Müller wurde von einer Publikation begleitet: "Beschreibung einer Flächen-Berechnungs- und Theilungs-Maschine nebst einer Anleitung zu ihrem Gebrauche. Erfunden von Johann Georg Zobel, königl. Trigonometer in Verbindung mit Joseph Müller, Messung-Revisor und Mechanikus. Mit 3 lithographischen Tabellen. München 1815. In Kommission bei Joseph Lindauer." Die Schrift begann mit einer Huldigung an Maximilian Joseph Graf von Montgelas, dessen Titel und Funktionen sich schon beeindruckend lesen: "Seiner königlichen Majestät von Baiern ersten und dirigirenden Staats- und Konferenz-Minister der auswärtigen Angelegenheiten, des Innern, und der Finanzen, Großkanzler des Civil-Verdienst-Ordens der baierischen Krone, Ritter des St. Hubertus-Ordens, Großkreuz der Ehrenlegion; Großkreuz des k. russischen Alexander Newsky-Ordens, Großkreuz des k. ungarischen St. Stephans-Ordens, Großkreuz des k. sächsischen Kron-Ordens, Großkreuz des Maltheser-Ordens etc. etc.", und setzte sich als Widmung fort:

> *Hochgeborner Graf! Hochgebietender, dirigirender Minister. Gnädiger Herr!*
>
> *Die unermüdete Sorgfalt und Aufmerksamkeit, welche Euer Excellenz allen Zweigen der Staatswirthschaft widmen, ist vorzugsweise an den schnellen Fortschritten der definitiven Steuer-Regulirung unverkennbar.*
> *Durchdrungen von dem Gefühle, dass Euer Exzellenz nichts ungeachtet lassen, was zur Vereinfachung und Beschleunigung des Geschäfts-Ganges der Steuer-Arbeiten beitragen könne, und aufgemuntert durch den Beifall, womit Hochdieselben die Flächen-Berechnungs-Maschine beehrten, wage ich es, Hochdenselben dieses Werkchen, das die Beschreibung derselben enthält, in Unterthänigkeit zu überreichen.*
> *Möchte ich so glücklich seyn, die tiefe Verehrung und wahre Hochachtung dadurch auszudrücken, mit welcher ich die Ehre habe mich zu unterschreiben*
>
> *Euer Excellenz unterthänigster Diener, Georg Zobel*

Die Rolle des hier nicht mehr genannten Joseph Müller ist nicht ganz klar; sie muss auf jeden Fall zurückgenommener Natur sein, denn sonst würde zweifelsohne auch er die Widmung mitunterschrieben haben (und auch die Huldigung ganz zu Beginn des Werks ist nur "vom Verfasser", also Zobel, und nicht "von *den* Verfasser*n*" gezeichnet). Andererseits muss er – was auch seine Amtsbezeichnung "Messung-Revisor und Mechanikus" nahelegt – mehr als nur ein ausführender Mechaniker für die Maschine oder ihren Prototyp gewesen sein; dies umso mehr, als in einer "Anzeige" am Schluss der Publikation ein weiterer Müller als der *eigentliche* Hersteller zumindest der Kleinserienausführung genannt wird: "Der Mechanikus, Sebastian Müller von Ebersbach, des k. Landgerichts Obergünzburg im Illerkreise, des Königreichs Baiern, verfertigt die eben beschriebene Rechnungs-Maschine in jedem beliebigen Verhältnisse" (Zobel & Müller 1815, 42). Diesem Sebastian Müller werden ebenfalls Verbesserungen an der Maschine zugeschrieben, nachdem ein erster Prototyp angefertigt worden war. Dieser Umstand führte dazu, dass die schon vorliegenden Zeichnungen, die der Publikation beigegeben waren, neu angefertigt wurden, und trug so zu einer Verzögerung bei, für die Zobel & Müller sich bei den Subskribenten entschuldigten (Zobel & Müller 1815, IX- X). Aus diesem Grund haben wir sicherheitshalber mit der oben gemachten Angabe "1814/15" auch noch 1814 als mögliches Erfindungsjahr der Maschine in Betracht gezogen.

Abb. 26: Ansicht der Zobel & Müller-Maschine von halblinks vorne



Die Maschine wurde in drei Exemplaren von der Bayerischen Steuerverwaltung angekauft; das Exemplar des Deutschen Museums ist eines davon (zugegangen aus den Beständen des "königlichen Katasterbureau" am 6. März 1906; die Maschine wurde übrigens – samt einem Exemplar der Publikation – für 137.15 Mark angekauft, was eher ungewöhnlich ist; meist wurden die Gründungsbestände an das Deutsche Museum kostenfrei abgegeben). Andererseits wurde schon in einer "Maschinen-Abgabe an das Polytechnische Conservatorium 1822 btrd." zwar daran erinnert, dass es eine Akte "über die von Trigonometer Zobel ud. Joseph Müller erfundene Rechnungs-Maschine, in welcher die Zeichnung dieser Maschine enthalten ist", gäbe; und ferner wird in einem zugehörigen Verzeichnis unter der Nr. 4 vermerkt: "Eine Rechnungs Maschine vom Trigonometer Zobel /: welche bereits gegen Recognition abgegeben worden ist", und zwar von der "Material Verwaltung der königl: unmittelbaren Steuer Kataster Commißion" an das Polytechnische Conservatorium (BHStA, Landesvermessungsamt 1112). Es bliebe zu klären, was aus dieser Maschine geworden ist; das – und auch der Verbleib der dritten Maschine – muss an dieser Stelle leider offenbleiben.

Eine "Vorerinnerung" in der Beschreibung erwähnt nicht ohne Stolz: "Die allerhöchste Stelle hat ihre [= der Maschine. JF] Anwendung bei der Steuer-Vermessung sanktionirt, den Ankauf mehrerer Maschinen befohlen, und für die Erfindung eine Gratifikation ausgesprochen." Dazu ergänzend Amann 1908, 116, Fußnote 1: "Mit Genehmigung des Ministeriums wurden i. J. 1815 drei Stück zum Preise von zusammen 250 fl. durch die Katasterkommission angekauft." Im Übrigen sollten Zobel und Müller neben dem Geld für die Maschinen, das auch nahezu genau dem späteren Herstellungspreis entsprach ("Der Preis ist 80 fl. baier. Reichswährung": Zobel & Müller 1815, 42), eine begrenzte Beteiligung an der von ihnen vorgerechneten Kostenersparnis bekommen (zu dieser Kostenersparnis vgl. Zobel & Müller 1815, IX; auch zitiert bei Drechsler/Haeberlin 2009).

Über die Frage, ob diese Mechanisierung sich in der Praxis bewährt hat, liegt nur eine Äusserung vor, ebenfalls von Amann 1908, 116: "Die Maschine war kurze Zeit in Gebrauch, kam dann aber ab, als sich zeigte, dass sie gegenüber den unregelmässigen Grundstücksfiguren der oberbayerischen Messung mit zahlreichen aus- und einspringenden Winkeln nicht hielt, was sie versprach." Was wohl auch bedeutet, dass aus der Beteiligung an der Kostenersparnis nicht viel wurde.

Exkurs: Bayerische Maße um 1815

Im bayerischen Katasterwesen war unter dem damaligen französischen Einfluss eine gewisse "Dezimalisierung" geschaffen worden, die sich vor allem auf die Gebiete der Längen- und der Flächenmaße erstreckte. Diese Maße wurden mit der Verordnung vom 28. Februar 1809 festgelegt. Während im "normalen"

Leben das Längenmaß vom Fuß abwärts (wie herkömmlich) duodezimal geteilt wurde, 1 Fuß = 12 Zoll = 144 Linien, wurde im Katasterwesen dezimal geteilt: 1 Dezimalfuß = 10 Dezimalzoll = 100 Dezimallinien. Dabei stimmten Fuß und Dezimalfuß überein, so dass sich folgende Werte mit den heutigen metrischen Entsprechungen ergeben:

1 Fuß = 1 Dezimalfuß = 291.859 mm; 1 Zoll = 24.322 mm;
1 Linie = 2.027 mm,
1 Dezimalzoll = 29.186 mm; 1 Dezimallinie = 2.919 mm.

Das abkürzende Zeichen für den Fuß ist der einfache Apostroph, für den Zoll der Doppelapostroph. usw. Die nächste Maßeinheit größer als der Fuß war die Rute; es gab sie zu 16 Fuß, zu 12 Fuß und – erneut nur für das Vermessungswesen – zu 10 Fuß, allesamt mit ° als abkürzendem Zeichen.– Es war lange Zeit gebräuchlich, den Fuß auch "Schuh" zu nennen oder gar zwischen beiden Bezeichnungen zu wechseln, wie auch Zobel & Müller das öfters tun.– Für die Flächenmaße gilt, dass das Tagwerk zu 40 000□' = 40 000 Quadratfuß (Quadratschuh) normiert war, so dass im Katasterwesen 1 Tagwerk = 40 000 Quadratfuß = 4 000 000 Quadratdezimalzoll usw. galt; in m^2 bzw. cm^2 und mm^2:

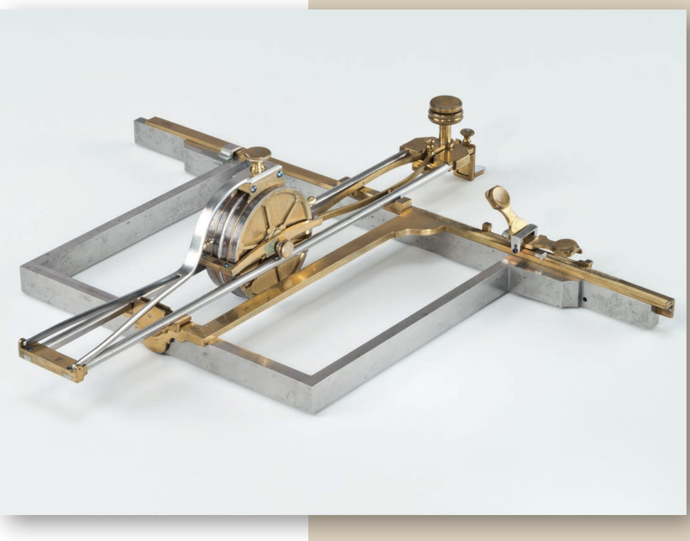
1 Tagwerk = 40 000 Quadratfuß = 3407.272 m^2;
1 Quadratfuß = 0.0851818 m^2 = 851.818 cm^2 = 85181.8 mm^2, usw.

Als besondere sprachliche Eigenheit sei letztlich noch herausgegriffen, dass $\frac{1}{100}$ Tagwerk kurz "Dezimale" genannt wurde, also 1 Dezimale = 400□' = 34.073 m^2 betrug.

Präliminarien

In der "Vorerinnerung" von Zobel & Müller 1815 wird zunächst rekapituliert, dass 1 bayerisches Tagwerk 40 000 Quadratschuh besitzt, andererseits die (Quadrat)Schuh jetzt im Bereich des Katasterwesens dezimal (statt bislang duodezimal) geteilt wurden, und dass daraus Rechenerleichterungen resultieren werden. In etwas enigmatischer Form wird z. B. gesagt, dass "die Produkte aus den halben Basen und Perpendikel der Dreiecke [...] die Flächen-Inhalte in Tagwerken und Dezimal-Brüchen" seien. Da ½ g · h (mit ½ g als der "halben Base" und h als dem "Perpendikel") ja die Flächeninhaltsformel für Dreiecke ist, kann die Betonung nur darauf liegen, dass das Ergebnis gleich

Abb. 27: Ansicht der Zobel & Müller-Maschine von halblinks hinten



in Tagwerken und seinen Dezimalteilen anfällt. Wir müssen aber § 4 des Haupttextes heranziehen, wenn das schon hier verständlich sein soll: Denn erst dieser § 4 führt – aber auch er etwas sehr gekünstelt und gezwungen – aus, warum ein doppelter Maßstab wie 1 : 2500 bei der Ausmessung eines Plans oder einer Karte im Maßstab 1 : 5000 günstig sei. Denn man misst mit dem 1 : 2500-Maßstab auf einer 1 : 5000-Karte dann ja alle Größen als halb so lang, hat sich also die Division durch 2 schon zweimal erspart (einmal in der Länge, das andere Mal in der Breite); und da ein Tagwerk 40 000 Quadratfuß hat, ist allein durch die Messung im doppelten Maßstab der Faktor 2 · 2 = 4 herausgefallen. Dabei muss man berücksichtigen, dass ein im Katasterwesen verwendetes Maßstabslineal nicht die tatsächliche Länge auf der Zeichnung liefert, sondern "die wahren Maße", zur damaligen Zeit also in Fuß; insgesamt sind aber so aus ursprünglich 40 000 schon einmal nur 10 000 Quadratfuß geworden. Ein weiterer Faktor 10, der später in Hinsicht auf die Maschine, bei der im Normalfall h = 20 Fuß = 2 · 10 Fuß ist, noch berücksichtigt werden muss, kann einfach durch einen verschobenen Dezimalpunkt erreicht werden, so erhält man aus 10 000 nun 1000 für 1 Tagwerk. Dann aber wird das Ergebnis nach nochmaliger Dezimalpunktverschiebung um 3 Stellen nach links von 1000 auf 1.000 einfach die Zahl der Tagwerke angeben, und diese sind jetzt gleich dezimal bis zu den 1000stel unterteilt!

Auch hierzu nochmals (und wesentlich klarer) Amann 1908, 118: "Der Flächeninhalt wurde bei den Rechnungen durchwegs auf drei Stellen hinter dem Komma in bayerischen Tagwerken zu 40 000□' angegeben [...]. Um die fortgesetzte Division der Produkte aus Grundlinie und Höhe zu vermeiden, griff man schon früh zu dem einfachen Mittel, die Faktoren in der doppelten Verjüngung des Aufnahmemasstabs abzunehmen; sie wurden also bei 5000teiligen Feldblättern auf dem 2500teiligen Masstab abgegriffen und ergaben sodann direkt Dezimalenwerte."

Wenden wir uns nun aber dem Haupttext zu.– In den ersten sechs Paragraphen geht es um die Methode der Flächenberechnung noch *ohne* Zuhilfenahme der Maschine. In § 1 wird die Zerlegung einer Fläche in Trapeze vorgenommen. Nennen wir – nahezu in Analogie zum Früheren – die n+1 Parallelseiten der n Trapeze a_i $(1 \leq i \leq n+1)$, so ist

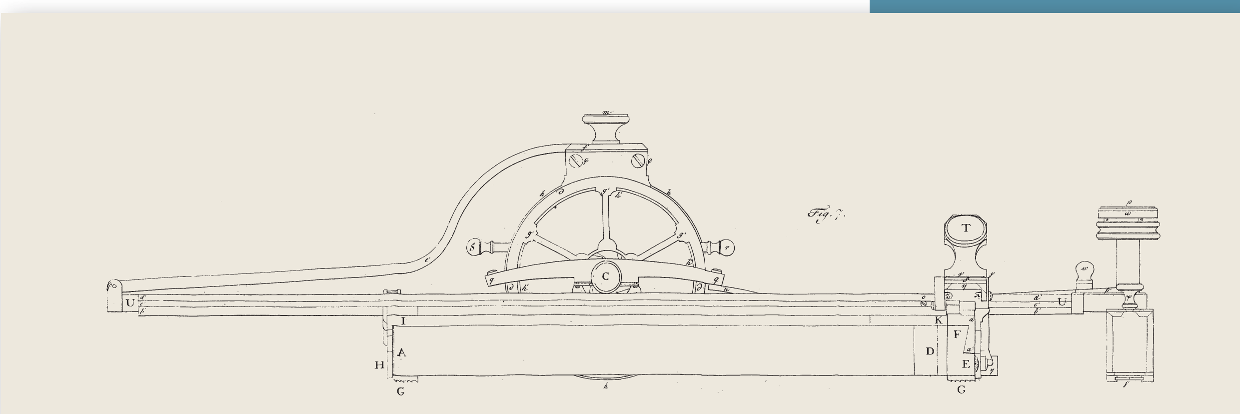
$$m_i = \tfrac{1}{2}(a_i + a_{i+1}), \text{ also}$$
$$F = (m_1 + \dots m_n) \cdot h.$$

Da aber mit Ausnahme des ersten und des letzten die rechte Seite eines Trapezes auch die linke Seite des nächsten Trapezes ist, vereinfacht sich das zu

$$F = (\tfrac{1}{2} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n + \tfrac{1}{2} a_{n+1}) \cdot h.$$

Das stimmt also weitgehend mit der weiter oben hergeleiteten und auch der gerade verwendeten Formel für Trapeze überein; es berücksichtigt nur, dass man statt der Mittellinie auch die linke (oder rechte) Trapezseite wählen kann. Der "Preis" dafür besteht darin, dass die Summanden ½ a_1 und ½ a_{n+1} auftauchen und zusammen den Summanden m_1 ersetzen. § 2 skizziert den Fall, dass bei gleichbleibender Größe der Fläche und Erhöhung der Streifenzahl n immer größer und daher die Breite h der Trapeze immer kleiner wird, bleibt aber kurz vor dem Grenzübergang $h \rightarrow 0$ stehen.

§ 3 bringt Beispiele und Genauigkeitsüberlegungen: 1 Fuß habe 5000 Teile; die Zeichnung sei im Maßstab 1 : 5000 angefertigt. Dann reicht es, alle h = 20 Fuß (in der Realität; also 20/5000 "Theilen" eines Fußes auf der Zeichnung, das entspricht 1.1676 oder rund 1.17 mm) eine Parallellinie zu ziehen, um nahezu fehlerfrei zu messen. Nimmt man, bei nur wenig gekrümmter Randlinie, 30, 40 oder sogar 100 Schuh (also in der Zeichnung wieder Teilen von 30/5000, 40/5000 oder 100/5000 Schuh entsprechend, d. h. 1.75, 2.34 oder gar 5.84 mm), so wird der Fehler dennoch bei höchstens 1 Prozent bleiben. (Den Beweis, dass dies so sei, müssen Zobel & Müller allerdings schuldig bleiben – es handelt sich auch um eine höchstens empirisch belegbare Behauptung.) § 4 haben wir schon vorgezogen; § 5 betrachtet den Fall, dass der vorgegebene Linienabstand von 20 Schuh die Figur nicht ausschöpft – das soll uns hier aber nicht weiter interessieren.



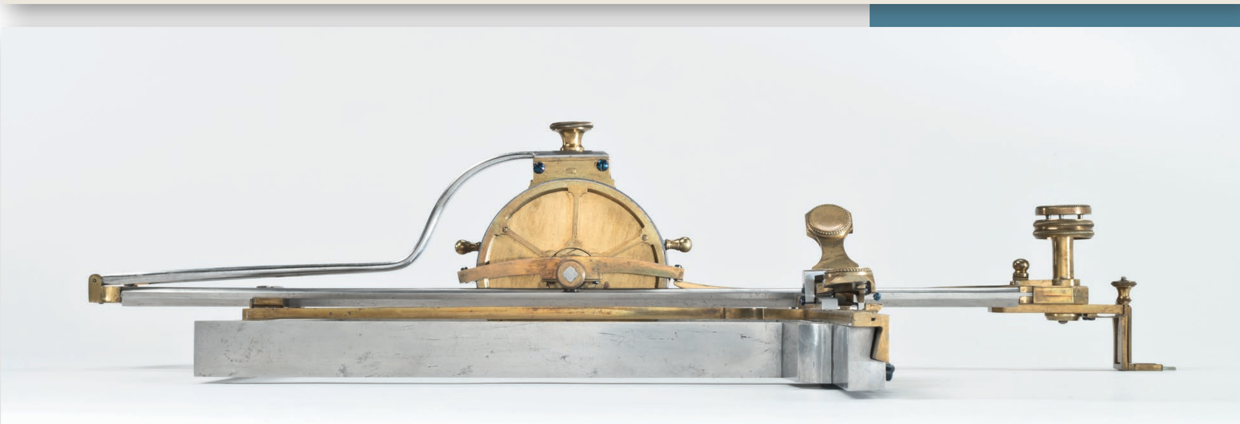


Abb. 28, 29: Ansichten der Zobel & Müller-Maschine von links; einmal aus dem Buch, dann die der DM-Maschine

Die eigentliche Maschine

Mit § 7 ff. treten wir in die Beschreibung der konkreten Maschine ein. Dabei ist die längste (und umständlichste) Beschreibung dem Messrad und den angeschlossenen Skalen gewidmet; dieses Ensemble wollen wir fortan "Messwerk" nennen. Zobel beschreibt es, den Verwendungszweck vorwegnehmend, mit "Additions-Maschine" (§ 10) oder, dann wieder allgemeiner, nur mit "Räderwerk" (§ 12).

Wie schon beschrieben, ist der Wipphebel oder -taster auf der linken Seite für die seitliche Bewegung des Messwerks entscheidend. Er greift in zwei gegenläufige und gegeneinander versetzte Zahnstangen F und R, zusammen der "Rechen" genannt, ein und gestattet die Versetzung des Messwerks um h = 20 Schuh (in der Realität; also 20/5000 Schuh in der Zeichnung bzw. Maschine) nach links (mittels S) oder rechts (mittels T); ferner kann die Maschine auf h = 40 Schuh gesetzt werden, indem jeder zweite Zahn übersprungen wird (§ 11), wozu eine verschiebbare Kulisse dient, die den Weg von S (und T) verlängert.

Dimensionierung

Interessant ist nun die Abmessung des Messrades in der Mitte des beweglichen Zentralteils: Sein *Umfang* ist exakt 8 Dezimalzoll; das wird zugleich als 4000 Schuh im Maßstab 1 : 5000 angegeben bzw. als 2000 Schuh im Maßstab 1 : 2500. Das ist natürlich richtig, denn 8 Dezimalzoll = 0.8 Dezimalfuß = 4000/5000 Dezimalfuß = 2000/2500 Dezimalfuß. Dieses Rad (von 233.49 mm Umfang, also etwa 74.32 mm Durchmesser oder 37.16 mm Radius – um einmal die Dimensionen des zentralen Teils auch in unserem metrischen Maß festzuhalten) wird links bzw. rechts von einer 200- bzw. einer 400-teiligen Skala begleitet, und ferner schließen sich ganz rechts und ganz links außen je eine weitere, nun 50-teilige Skala an. Eine Mechanik, deren *Funktionsweise* hier nicht ausgeführt werden braucht und soll (sie umfasst allerdings den Hauptteil der Beschreibung, §§ 13 bis 21, der für die theoretische Funktionsweise aber nahezu völlig unerheblich ist, sondern dem Aufbau eines komplizierten Zählwerks dient), erlaubt einerseits die Nullstellung des Messwerks (§ 25) und sorgt andererseits für das Funktionieren des Zählwerks.

Es gilt nun folgendes (§§ 10, 22 und 23 der Beschreibung): Eine volle Umdrehung des Messrades entspricht, wie wir gesehen haben, in realen Maßen 4000 Schuh (oder Fuß); die Standardbreite eines "Maschinentrapezes" beträgt h = 20 Schuh (Fuß), also hat man insgesamt

4000 · 20 = 80 000 Quadratschuh, also 2 Tagwerk

im Maßstab 1 : 5000 für eine vollständige Messrollenumdrehung.

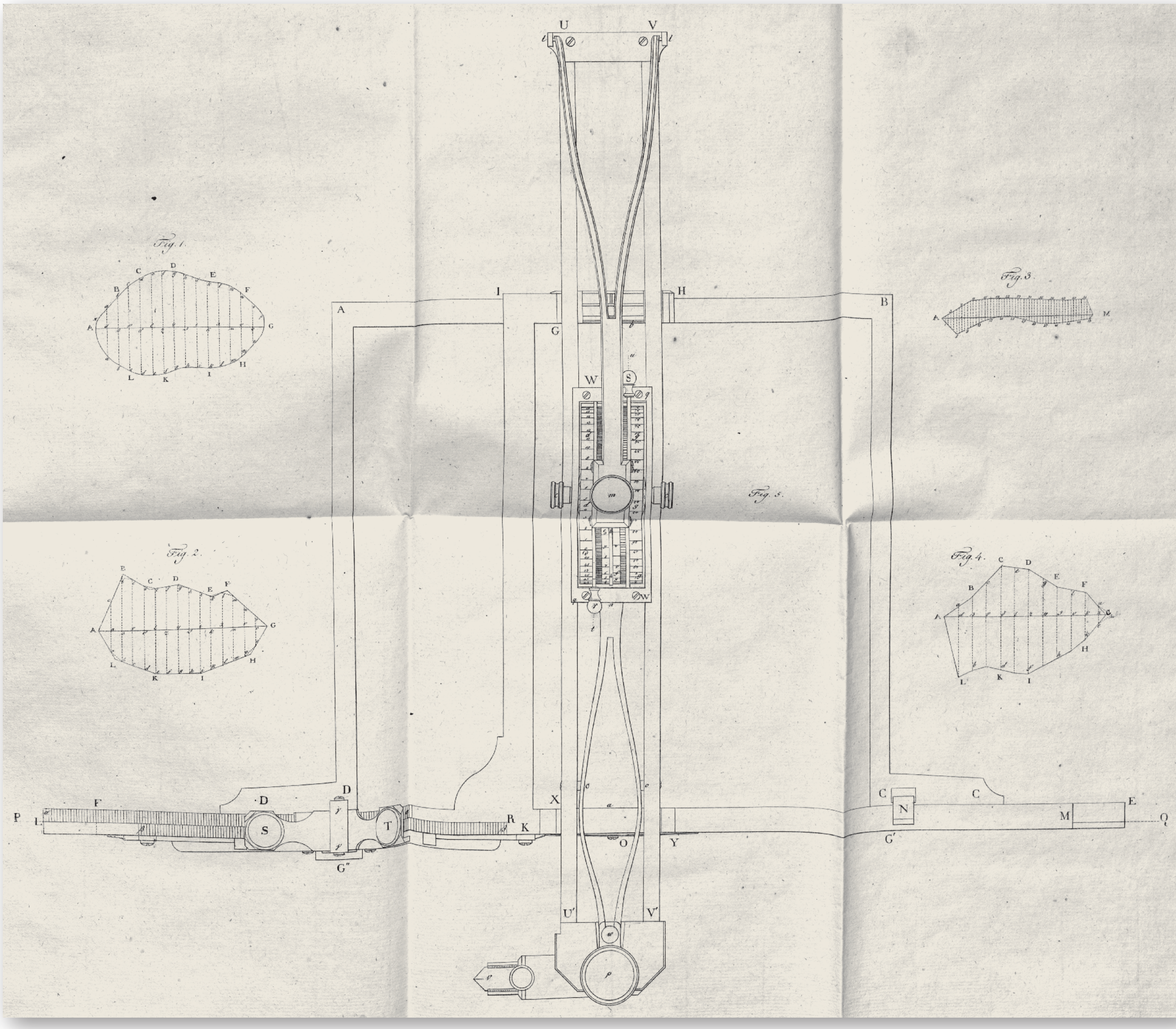


Abb. 30: Gezeichnete Ansicht der Zobel & Müller-Maschine von oben

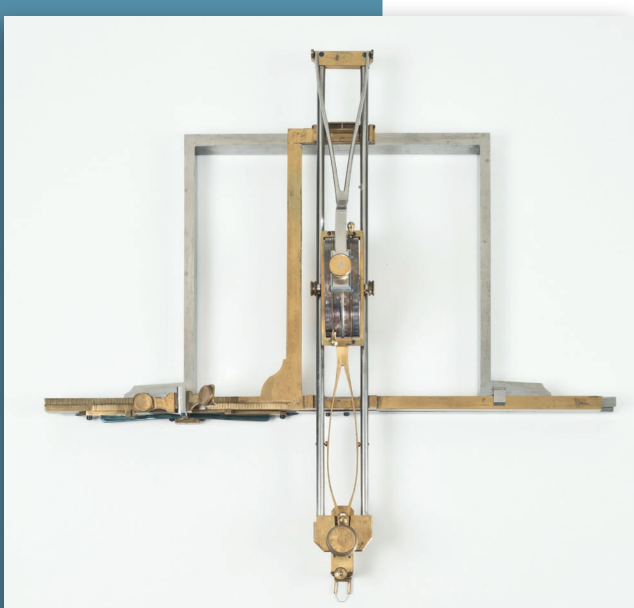
Die 200er-Skala zeigt daher pro *einer* ihrer Teilungen 2 : 200 = 1/100 = 0.01 Tagwerk an (§ 26). Nimmt man die Standardbreite h auf 40 Fuß an (jeder 2. Zahn wird übersprungen, s. o.), so gilt die 400er-Skala, denn nun ist die Umdrehung des Messrades 4000 · 40 = 160 000 Quadratschuh, also 4 Tagwerk, und daher ein Skalenstrich der 400er-Skala 4 : 400 = 1/100 = 0.01 Tagwerk, wie zuvor (nochmals § 26). Die äußeren 50er-Skalen stellen lediglich Zählwerke für ganze Tagwerke dar, einmal für die 200er-Skala, einmal für die 400er, und damit kann die Maschine jedenfalls bis zu 50 Tagwerk messen, und das auf sicher 1/100 Tagwerk genau. Natürlich sind aber auch Messungen von Flächen oder Zeichnungen, die einen größeren Flächeninhalt haben, möglich; dann muss man sich eben merken, dass – und gegebenenfalls: wie oft – die "50" überschritten wurde. Hier ist es von Vorteil, dass die Skalen zyklisch sind.

Die theoretische Bewegungsfreiheit der Maschine ist natürlich erst einmal durch den Rahmen begrenzt, innerhalb dessen sich die ja Messung abspielt; im konkreten Fall – sowohl der Zeichnung des Instruments als auch des Instruments im Deutschen Museum – ist er fast quadratisch (in den Bezeichnungen der Originalzeichnung: $\overline{AB} \times \overline{AD}$= 21.75 cm × 19.35 cm) und soll einer Größe von (circa) 100 Tagwerken in der Realität entsprechen (§ 7). Wenn man 100 Tagwerke beim Maßstab 1 : 5000 in Quadratfuß umrechnet, so erhält man 0.16 Quadratfuß = (0.4 Fuß)²; und das bedeutet in metrischen Maßen, dass der *effektive* Rahmen, falls er quadratisch ist, ungefähr 12 cm Kantenlänge besitzen muss. In der konkreten Maschine ist der Weg des Messrades durch einen oberen und einen unteren Anschlag knapp vor dem Auflaufen des Messrades auf die vordere bzw. hintere Rahmenkante begrenzt; der effektive Weg, den das Messrad dabei zurücklegen kann, ist etwa 11.5 cm, passt also schon mal gut. In der Richtung des Rechens haben wir rechts einen Anschlag, links eine etwas "weichere" Begrenzung, die insgesamt etwa 15.5 cm Bewegungsfreiheit erlauben; aber zusätzlich spielt die Reichweite des Rechens natürlich eine Rolle. Sie führt dazu, dass je ca. 0.5 cm vor den seitlichen Begrenzungen der Weg zuende ist, so dass rund 14.5 cm bleiben. Das Produkt ist rund 165 cm² oder rund 0.195 Quadratfuß, kommt also der Angabe ziemlich nahe und liefert in der Tat etwas über 100 Tagwerk.

Ein Wort aber noch zu den 200er- bzw. 400er-Skalen und ihren zugeordneten 50er-Zählskalen. Man wird bemerkt haben, dass diese Skalen gegenläufig sind, also die jeweils beiden rechten auf dem Kopf stehen. Das ist aber Absicht – denn das gesamte Räderwerk kann aus der Maschine herausgenommen und umgedreht werden! Es ist nur zu beachten (§ 25), dass, wenn man sich für die Bewegung um *einen* Zahn entschieden hat, die 200er-Skala links und damit richtig herum zu sehen ist, während bei der Bewegung um *zwei* Zähne (§ 11 und § 22) die 400er-Skala links zu sehen sein muss.

Flexibilität

Abb. 31 Ansicht der Zobel & Müller-Maschine von oben



§ 32 ff. befasst sich mit den Fragen: Was passiert, wenn der Maßstab der Zeichnung *nicht* 1 : 5000 ist, und wie geht man mit fremden, zumindest *anderen* Messeinheiten um? D. h., wie flexibel ist die Maschine in dieser Hinsicht gestaltet? Zunächst wird festgehalten (§ 33): Verhalten sich zwei Maßstäbe wie $n : n_0$, so verhalten sich die Flächen wie $n^2 : n_0^2$. Wenn also der (zu jener Zeit) in Bayern für die Katastermessung vorgeschriebene Maßstab $1 : n_0 = 1 : 5000$ ist, der Plan z. B. für die "Kloster-Oekonomie-Gründe in Baiern" aber im Maßstab 1 : 2000 aufgenommen wurde, so ist das Verhältnis $2000^2 : 5000^2 = 4 : 25 = 0.16$; Flächen, die mit der auf 1 : 5000 ausgelegten Maschine ermittelt wurden, sind also mit 0.16 zu multiplizieren, damit man die richtigen Flächenwerte auf einer 1 : 2000er Zeichnung erhält. Für die "Forstpurifikation" ist $n = 4000$; man erhält daher $4000^2 : 5000^2 = 16 : 25 = 0.64$ als anzuwendenden Multiplikator, usw.

Maßstabswechsel

Das "Hauptrad" – so heißt bei Zobel das Messrad – mit 8 Dezimalzoll, also 4000/5000 Schuh Umfang, und der Rechen mit seiner 20/5000 Schuh-Teilung sind in ihren Maßen zunächst eigentlich unveränderlich, bestimmen aber dafür das Messergebnis bzw. genauer: sie legen fest, in welcher Messeinheit (hier also Tagwerk) und in welchem Maßstab (hier also 1 : 5000) gemessen wird; alle anderen Instrumentenparameter haben keinen Einfluss. Daher wird sich das Augenmerk bei Veränderungen auf Messrad und Rechen richten, und hier in erster Linie auf den Rechen (denn es ist schwer vorstellbar, dass bei einem Wechsel von Massstab und/oder Messeinheit das Rad durch ein anderes ersetzt würde); also wird statt dessen der Rechen als *auswechselbar* vorgesehen (§ 34). Dies musste natürlich auch bezahlt werden: "Werden mehrere Rechen verlangt, so ist für jeden derselben 10 fl. mehr bestimmt" (Zobel & Müller 1815, 42).

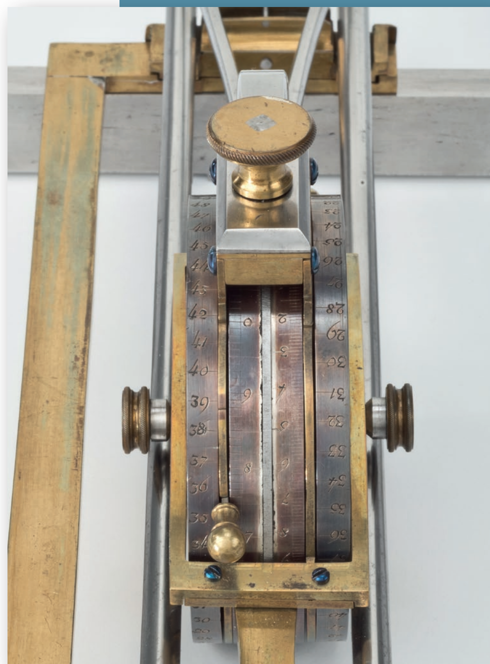
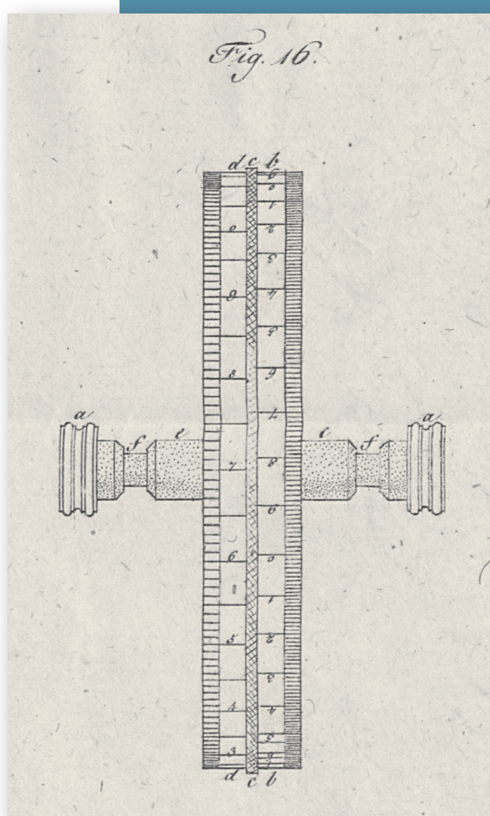


Abb. 32, 33: Blick auf die "Additions-Maschine", einmal in der Maschine, dann im Buch



Entscheidend beim Rechen ist der Abstand zwischen den Zähnen. Ändert sich nun nur der Maßstab (aber für immer), dann ist es sicher günstiger, den Rechen zu modifizieren als ständig mit Korrekturwerten, wie sie sich gerade ergeben haben, zu hantieren. Daher machen wir folgende einfache Überlegung, die auch von Zobel an einem Beispiel durchgeführt wird: Sei der Maßstab 1 : 4000 statt 1 : 5000, dann entspricht dem Umfang des Hauptrads nicht 4000, sondern nur 3200 Schuh (linear); da das durch die Zahnung des Rechens aber wieder auf 80 000 Quadratschuh gebracht werden soll, damit weiterhin 2 Tagwerk einer Radumdrehung entsprechen, haben wir dort $\frac{80\,000}{3200} = 25$ zu nehmen: Dies (aber nun natürlich in 4000stel Schuh!) wäre der neue Zahnabstand: $\frac{25}{4000} = \frac{1}{160}$ Schuh (metrisch: 1.824 mm). Das Messergebnis ist weiterhin, wie gewünscht, 2 Tagwerk für eine volle Radumdrehung, denn es ist wieder

25 Schuh · 3200 Schuh = 80 000 Quadratschuh = 2 Tagwerk.

Zobel gibt dann ein Beispiel, das auch heute noch seine Gültigkeit hätte, nämlich die Umrechnung ins metrische System: Dazu betrachtet er als lineares Maß den *Mètre*, "1 *Mètre* = 3.429 baierische Schuhe" (woraus sich der bayerische Fuß zu rund 0.29163 m = 291.63 mm bestimmen würde; damit wäre er geringfügig zu klein gegenüber dem richtigen Wert von 291.86 mm; es könnte allerdings die Angabe 3.429 ein Fehler für 3.42**6** sein, wie sich weiter unten erhärten wird), und als Flächenmaß den *Hectare*, "1 *Hectare* = 2.9395 baierische Tagw. [=] 117580 baierische Quadratschuhe" (hieraus 1 Tagwerk = rund 3402 m²; richtig wäre aber 3407.272 m² – die Ungenauigkeit bei den linearen Maßen zieht sich also auf die Flächenmaße durch, was aber am natürlich am

Prinzip nichts ändert). Im Maßstab 1 : 5000 soll einer Umdrehung des Messrads aber nun 2 Hektar statt 2 Tagwerk entsprechen; wie groß muss der Zahnabstand des Rechens gemacht werden? Zobel gibt auch gleich, ohne große Begründung, die Antwort:

$$\frac{117\,580}{2000} = \textbf{58.79 baierische Schuhe, oder 17.1567 } \textit{Mètre} \textbf{ im } \frac{1}{5000} \textbf{ Maaße}$$

(hier sieht man beim Nachrechnen, dass nun mit dem fast richtigen bayerischen Fuß von 291.83 statt 291.86 mm gerechnet wird, und dass der Wert für die Umrechnung von Schuh in Meter eben doch, wie oben vermutet, mit 3.42**6** besser wiedergegeben wird als mit dem nun wirklich als Setzfehler anzunehmenden 3.429).

Für uns muss sich jetzt noch die Umrechnung in Instrumentendimensionen anschließen: 17.1567 m bei 1 : 5000 sind 3.431 mm; das ist fast das Dreifache gegenüber dem Zahnabstand in bayerischen Maßen, der zu 1.1676 mm ermittelt wurde. Das verwundert beim näheren Hinsehen nicht, denn auch die Zielfläche hat sich ja nahezu verdreifacht (2 ha gegenüber 2 Tagwerk), und in der Tat ist der Faktor, um den sich der Zahnabstand vergrößert (und da sonst alles gleich geblieben ist, insbesondere der Maßstab!), natürlich der gleiche wie der, um den sich das Tagwerk auf den Hektar vergrößert: 1 ha = 2.9395 Tagwerk, und daher auch 1.1676 mm · 2.9395 = 3.432 mm.

Maßstabs- und Messeinheitswechsel

Das nächste Beispiel bringt sowohl Messeinheits- als auch Maßstabsänderungen mit sich: Der Maßstab soll nun 1 : 4000 betragen, und zugleich soll in englischen *acres* gemessen werden, wobei wieder einer Umdrehung des Hauptrades 2 *acres* entsprechen sollen. Wie sind die Zahnabstände des Rechens jetzt zu wählen? Erst werden die linearen englischen Maße in bayerische umgerechnet (aber die Flächen bleiben englisch): 1 englischer Fuß = 1.0446 (richtig: 1.04434) bayerische Fuß; 1 *acre* = 43560 englische Quadratfuß. Zunächst behält man den Maßstab bei; Zobel sagt nun mindestens etwas missverständlich, dass "die Peripherie des Hauptrades in $\frac{1}{4000}$ Maaß = 1917.703 englische Schuhe" ist, errechnet aus 4000 bayrischen Schuhen – während sie nach erstem Blick ja wohl eher das das Doppelte betragen müsste. Dahinter steckt aber, ohne dass Zobel das hier nochmals sagt, sein "Trick" mit dem halben Maßstab und damit der Ersparnis des Faktors 2; denn sehen wir weiter: Nun wird der Maßstab 1 : 4000 berücksichtigt, also der Peripheriewert mit $\frac{4000}{5000} = 0.8$ multipliziert, was statt 1917.703 nur noch 1534.162 (bei Zobel: 153**5**.162, also erstmal scheinbar ein Druckfehler) englische Fuß liefert. Das Pendant dazu auf dem Rechen ist $\frac{43\,560}{1534.162}$ (Zobel hingegen behält nun den Druckfehler bei, der damit keiner zu sein scheint, sondern ein Rechenfehler), was auf 28.393 englische Fuß führt (bei Zobel aufgrund der Verwendung des falschen Wertes 28.375).
Mit anderen Worten, Zobel erhält

28.375 engl. Sch. im $\frac{1}{4000}$ Maaße als Rechen-Abstand

Wir rechnen das wieder um und erhalten 2.162 mm. Stimmt das?

Daher rechnen wir rasch – mit Zobels Werten – auf andere Weise nach: 1535.162 englische Schuhe · 28.375 englische Schuhe = 43 560[.221750] englische Quadratschuh = 1 *acre*. Bei 1 : 4000 sind das 0.0027225 englische Quadratschuh, oder 0.39204 englische Quadratzoll, oder 252.9285 mm². Da das Messrad 0.8 · 291.859 mm = 233.487 mm besitzt, muss eine Zahnstangenteilung von 1.083 mm erscheinen, weil $\frac{252.9285}{233.487}$ = 1.083 ist. Unterstellt man jedoch, dass ja eben 2 *acre* (und nicht nur 1) für das Messrad angestrebt wurden, wie es der Text ja tut, so sind die Werte noch mit 2 zu multiplizieren, was dann wieder auf 2.166 mm führt (Abweichung hier nur wegen Verwendung der richtigen Werte).

Wir können aber auch noch auf andere Weise sehen, dass das Ergebnis stimmt: Englische *acres* sind 1.1877 mal größer als bayerische Tagwerk, und damit müsste auch das Messrad diesen Faktor aufnehmen; da sein Umfang aber fest ist, muss das vom Zahnabstand übernommen werden: er wächst von 1.1676 mm (bei 1 : 5000) erst mal um diesen Faktor, muss also 1.1676 mm · 1.1877 = 1.3868 mm betragen (vgl. dasselbe Vorgehen bei der Umrechnung von Tagwerk in Hektar). Die Anwendung des (jetzt invers zu nehmenden) Korrekturfaktors 0.64 von 1 : 5000 auf 1 : 4000 führt dann auf 1.3868 mm/0.64 = 2.167 mm, also erneut Zobels Wert. Er ist daher richtig.

Genauigkeit

Das ganze wird in § 37 durch den Versuch einer Fehleranalysis abgeschlossen, die von der Annahme ausgeht, dass nur Fehler in der Längenermittlung eines Trapezes eine Rolle spielen, und letztlich zu dem Schluss kommt, der maximale Fehler der Maschine sei zunächst begrenzt auf n · h, wenn n und h die üblichen Bedeutungen haben, also n = Zahl der Trapeze und h = ihre gleiche Breite ist. Nun ist aber n · h nicht anderes als die Länge der Linie, die als Grundlage für die Aufstellung der Maschine benutzt wurde, also ungefähr der größte Durchmesser der Figur. Andererseits, so wird in einer Art Taschenspielertrick behauptet, könne man die Figur in Dreiecke einteilen, und der Fehler in jedem Dreieck sei in etwa der *halben Summe* aus Grundlinie und Höhe (während die wahre Fläche das *halbe Produkt* aus Grundlinie und Höhe ist). Da aber der größte Durchmesser in jeder geradlinig begrenzten Figur kleiner als die halbe Summe *aller* Grundlinien und Höhen ist, müssen "die Resultate der Maschine genauer, als die der Berechnung" sein...

Soweit der Blick auf die Maschine von Zobel und Müller, ihre publizierte Beschreibung und einige Details. Wir werfen noch zwei weitere Blicke – einen kurzen auf die Maschine des Deutschen Museums, und einen längeren nochmals auf die Formel zur Adaption des Rechens auf andere Maßstäbe als 1 : 5000 und auf andere Messeinheiten als das Tagwerk.

Zahnabstand und Messeinheit der Maschine des Deutschen Museums

Die Maschine des Deutschen Museums besitzt einen Zahnabstand von ziemlich genau 1.17 mm, ist also jedenfalls im "Normalzustand": 20/5000 Fuß Zahnabstand, 4000/5000 Fuß Messradumfang, und daher 80 000 Quadratfuß = 2 Tagwerk pro ganzer Radumdrehung bei 1 : 5000. Wir sehen uns aber nochmals die Rechnungen von Zobel – und ihre Voraussetzungen – im Detail an.

Eine einheitliche Formel für Maßstab und Messeinheit

Das Hauptrad behält natürlich 8 Dezimalzoll = 0.8 Dezimalfuß im Umfang. Die Teilung des Hauptradumfangs in 200 Teile (wir lassen die 400er-Teilung außer Acht, da sie nichts Wesentliches beiträgt), wovon *ein* Teil je einem Hundertstel der Messeinheit "Tagwerk" entspricht, legt auch tatsächlich nahe, dass stets *zwei* ganze davon "auf das Hauptrad passen müssen" (also 2 Tagwerk, 2 Hektar, 2 *acres* usw., wie die Beispiele es auch zeigten).

Wir betrachten nun die Veränderungen sowohl des Maßstabs als auch der Messeinheit, aber anders als zuvor, nämlich *etwas* abstrakter. Dazu sei v das Verhältnis des neuen Maßstabs $1 : n$ zum alten Maßstab $1 : n_0 = 1 : 5000$, also $v = (1 : n) : (1 : n_0) = n_0 : n = 5000 : n$; ferner q das Verhältnis der alten (Flächen-)Messeinheit "Tagwerk" zur neuen Einheit, die wir abstrakt "FE" (eben wie Flächeneinheit) nennen wollen, sowie z der Zahnabstand. Dann gilt ersichtlich Folgendes: Der "Normalzustand" in der Maschine, also in absoluten (Längen-)Einheiten, ist 4000/5000 Fuß für das Hauptrad, 20/5000 Fuß für den Zahnabstand, sodass wir 4000×20 Quadratfuß $: n_0^2 = 80\,000$ Quadratfuß $: n_0^2$ = 2 Tagwerk im (linearen) Maßstab $1 : n_0 = 1 : 5000$ haben. In der allgemeinen Situation haben wir hingegen 4000 Fuß $\times\, v : 5000 = 4000$ Fuß $: n$ für das Hauptrad, 20 Fuß $\times\, v : 5000 = 20$ Fuß $: n$ für den Zahnabstand, und damit 80 000 Quadratfuß $: n^2 = 2$ Tagwerk $: n^2 = 2\,q$ FE $: n^2$ für das Ergebnis – und das mit der Einschränkung, *dass das Hauptrad, weil ja unveränderbar in seinem Umfang, auf 0.8 Dezimalfuß bleiben muss*. Das geht nur, wenn die Zahnstange das übernimmt, also

$$
\begin{aligned}
z &= (4000\text{ Fuß} : n) \times (20\text{ Fuß} : n) : (0.8\text{ Fuß} \cdot q) = \\
&= 80000\text{ Quadratfuß} : (n^2 \times 0.8\text{ Fuß} \times q) = 100000\text{ Fuß} / (n^2 \times q).
\end{aligned}
$$

Es wird hier durch q dividiert, da ja 2 FE und nicht 2 q FE vom Messrad gemessen werden sollen; die sich ergebende Formel ist aber jetzt von großer

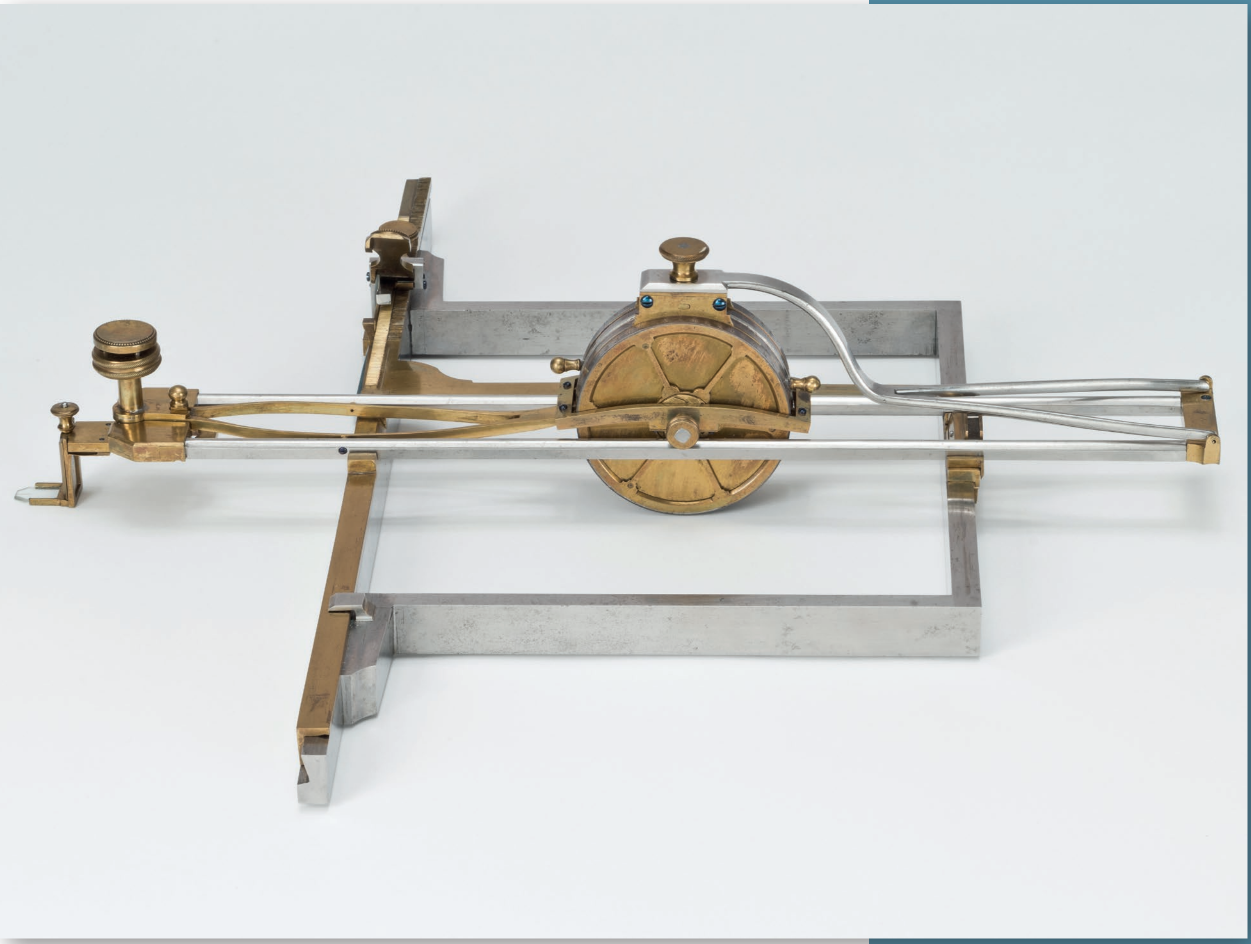
Einfachheit. Wir rechnen zur Verifikation mit dieser Formel rasch die bisherigen Resultate durch:

(1) Nur Maßstabswechsel von 1 : 5000 auf 1 : 4000.
$n = 4000$, $q = 1$ liefert $100\,000 / 4000^2 = 0.00625$ Fuß = 1.824 mm – OK.

(2) Nur Messeinheitswechsel: $n = 5000$, FE = 1 ha, $q = 0.34073$ (mit den korrekten Maßen des Tagwerks, also 3407.272 m²). Das liefert $100\,000 / (5000^2 \times 0.34073) = 0.01174$ Fuß = 3.426 mm – OK (Abweichung nur wegen Verwendung des richtigen Werts).

(3) Maßstabs- und Messeinheitsänderung: $n = 4000$, FE = *acre*. Wir berechnen q etwas ausführlicher und anders: 1 *acre* in mm² ist 4 046 856 422 mm²; 1 Tagwerk in mm² ist 3 407 267 035 mm², also $q = 0.84195$. Das liefert $100\,000 / (4000^2 \times 0.84195) = 0.007423$ Fuß = 2.166 mm – OK.

Abb. 34: Ansicht der Zobel & Müller-Maschine von rechts



Fazit

Die Flächenberechnungsmaschine von Zobel und Müller weist, trotz ihres Scheiterns nach nur wenigen Jahren, einige innovative Züge auf, bei denen sich aber herausstellen sollte, dass sie in Sackgassen münden. Trotzdem ist z. B. der Rückgriff auf die Methode, Flächeninhalte durch mechanisch bzw. maschinell gebildete Trapezsummen anzunähern, prinzipiell nicht falsch, wie insbesondere das Haarplanimeter zeigt. Doch die Tatsache, dass eine weitere Verringerung der Trapezbreite eine ebensolche Vergrößerung der Additionsarbeit mit sich bringt und damit auch wieder die Fehlerquellen ansteigen lässt (wird der Anfangs- und/oder der Endpunkt eines solchen Streifens richtig getroffen bzw. das Rad adäquat abgesenkt und wieder abgehoben?), hätte zu denken geben müssen. Ebenso war es fragwürdig, dass die Maschine die Tausendstel Tagwerk, die üblicherweise im Katasterwesen die Berechnungsgenauigkeit waren, eigentlich nicht erreichte, sondern nur die Hundertstel (die "Dezimalen") – denn dazu hätten nochmals Zehntel des Abstands zwischen zwei Strichen konsequent und verlässlich geschätzt werden müssen; aber die Striche waren bei der 200-Teilung schon nur ca. 1.2 mm, bei der 400er-Teilung gar nur rund 0.6 mm auseinander. Beides sind Mängel, die im Grunde nur durch *einen* Ansatz eliminiert werden konnten: Die Messung musste theoretisch exakt gemacht werden; das Akzeptieren einer Näherung, wie gut sie auch sein mochte, musste aufgegeben werden.

Und eben dies sollte nun das – parallel oder gleichzeitig mit Zobel und Müller geschaffene – Werk von Johann Martin Hermann werden.

Vita Johann Martin Hermann
(1785 - 1841)

Vita Johann Martin Hermann (1785-1841)

Wir können fast sicher sein, dass der Trigonometer Johann Martin Hermann, der sich damals in den gleichen bayerischen Staatsdiensten wie Johann Georg Zobel und Joseph Müller befand (der Landesvermessung im weiteren Sinn, und zu Steuerzwecken im Besonderen), vielleicht schon 1814 von den Bemühungen um eine Flächenberechnungsmaschine erfuhr, als zweifellos die ersten Schritte auf das Gerät von Zobel und Müller hin getan wurden. Wie so oft in der Geschichte der mechanischen Flächenmessung konnte er sich dann als einer der Ersten die Frage stellen: Geht das nicht auch genauer und zugleich einfacher? Bevor wir uns aber Hermanns (ebenso überraschender wie bejahender) Antwort im Detail zuwenden, wollen wir erst noch versuchen, eine andere Frage zu beantworten: Wer war eigentlich dieser Johann Martin Hermann?

Johann Martin Hermann wurde als Sohn des Pfrontener Pfarrhauptmanns gleichen Namens (BHStA) und desen Frau Maria Monika, geb. Nöß (BP20130604), am 22. Juli 1785 (Fischer 1868, 38; Bauernfeind [7]1890 II, 228; BP20130604) in Pfronten-Ried geboren. Gelegentlich findet sich als Schreibweise noch der Name Hörmann, eine in der Pfrontener Gegend durchaus übliche Variante; so wurde 2012 eine Straße in Pfronten nach dem Vater Hermanns benannt, aber eben als Johann-Martin-Hörmann-Straße. Die Information über Johann Martin Hermanns Geburtstag und vor allem über das Jahr seiner Geburt erfährt *keine* Bestätigung in der erst 1816 einsetzenden Personalakte; hingegen findet sich an mehreren Stellen der Nachlassgerichtsakten die Angabe, dass er zum Zeitpunkt seines Todes am 25. März 1841 (BHStA; BStA; Fischer 1868, 38; Bauernfeind [7]1890 II, 228) 54 Jahre alt gewesen sei. Diese Angabe würde daher, je nach Interpretation als vollendete oder begonnene Lebensjahre, auf 1786 oder gar auf 1787 als Geburtsjahr hinauslaufen, nicht aber auf das Jahr 1785. Jedoch weisen die Kirchenbücher und die Heiratsmatrikel für Hermann stets den 22. Juli 1785 als sein Geburtsdatum aus, sodass es als gesichert gelten darf; da aber auch das Todesdatum des 25. März 1841 feststeht, ist die Formulierung über sein Alter wohl einem (wenn auch mehrmals wiederholten oder immer wieder abgeschriebenen) Versehen geschuldet.

Die Personalakte – neben den Nachlassgerichtsakten praktisch die einzige Quelle zu seiner Biografie – beginnt mit einer auf Anfang bis Mitte August 1816 datierbaren "Allerunterthänigsten Bitte" des 31-jährigen Johann Martin Hermann an "Seine Königliche Majestät von Baiern", also Max Joseph I., "um definitive allergnädigste Anstellung als Revisor bei der königlichen unmittelbaren Steuer-Kataster-Kommission"; dieser Eingabe waren sechs Anlagen beigefügt, aus denen sich etwas mehr über die frühen Jahre entnehmen lässt.

Anlage 1, die uns am weitesten in die Jugend zurückführt und den damals 15- bis 18-jährigen Hermann betrifft, ist ein kurzes "Attestat" seines Mathematiklehrers über die Jahre 1800 bis 1803. Pater Basilius S. (der Name ist in der Abschrift, um die es sich bei allen diesen Anlagen handelt, leider nicht weiter lesbar), "ehemahls Benediktiner u. Lehrer der Philosophie und Mathematik", bezeugt darin, dass Hermann "einen weitwendigen Unterricht in den mathematischen Wissenschaften und der Naturlehre" genossen habe, "sich durch Fleiß und Vorzügliches Talent zu den benannten Gegenständen auf das Vortheilhafteste" auszeichne, und dass er "durch besonders wohlgesittete Aufführung allgemeine Werthschätzung, und Wohlgewogenheit verdient" habe.

1804 bestand Hermann "die Prüfung bei der königlichen Landesdirektion in Schwaben und kam in die erste Klasse der Geometer"; dieser Sachverhalt wurde im schwäbischen Regierungsblatt für 1804, Spalten 707-708, festgehalten, worauf Hermann (statt Anlage) verweist. Zunächst widmete er sich den "Vermessungen von privaten und Gemeinde-Gütern, vorzüglich aber dem Arrondierungs-Geschäfte, im Illerkreise, dann als Geodät bei der königlichen unmittelbaren Steuervermessungskommission, wo ich bald als Trigonometer-Adjunkt, dann am 5. September 1809 als Trigonometer angestellt wurde" (dazu gab er die Anlagen 2, eine "Ordonanz" vom 22. Juli 1809 – Ernennung zum Adjunkt – und 3, die "Ordonanz" vom 5. September 1809 – Ernennung zum Trigonometer – bei). Es wurde zunächst noch festgehalten, dass er sich in der Anfangszeit unter der Anleitung des Trigonometers Glaser etwas weiterbilden solle, man aber "das Zutrauen, welches man in ihn und seine Kenntnisse setzt", sicher erfüllt sehen werde; von diesem Glaser ist übrigens später nie wieder die Rede. Anfänglich erhielt Hermann noch 3 Gulden Tagessatz ("so lange er sich auf dem Lande befindet"), wurde schon nach nicht einmal zwei Monaten – "da er ganz allein trianguliert" – vom Trigonometer-Adjunkt zum Trigonometer mit 4 Gulden Tagessatz befördert, und am 13. April 1811 "mit den anderen Trigonometern auf gleichen Diätenbezug gesetzt"; der Anlage 4, einer "Ordonanz" vom 10. April 1811, entnimmt man, dass er nun 5 Gulden tägliche Aufwendungspauschale als Lohn bekam.

Im Mai 1816, kurz vor seiner Eingabe an den König, ließ er sich ein für diese Eingabe bestimmtes Zeugnis ausstellen, das er dann als Anlage 5 beifügte:

> *Dem Trigonometer, Johann Martin Hermann, wird auf seine hieher gestellte Bitte hiermit das Zeugniß ertheilt, daß man sowohl mit seinen bisher geleisteten trigonometrische*[n] *Arbeiten und Rechnungen, als mit seinem Betragen vollkommen zufrieden zu seyn Ursache gehabt habe, und noch habe; daher* [...] *ihn auch Jedermann hinsichtlich seiner Kenntniße und seines Fleißes sowohl als seiner Solidität wegen bestens zu empfehlen keinen Anstand nimmt.*
>
> *München, den 21*^{ten} *May 1816.*
> *Königlich unmittelbare Steuer-Kataster-Komißion / L. S. / Grünberger Director*

(L. S., das sich unter fast allen zeitgenössischen Abschriften befindet, steht für *loco* – oder *locus* – *sigilli* und besagt, dass das Original mit einem Siegel oder ähnlichem versehen war.)

Und schließlich – wohl als freiwilliges Pendant zu unserem heutigen polizeilichen Führungszeugnis zu betrachten – ließ er sich in Anlage 6 bestätigen,

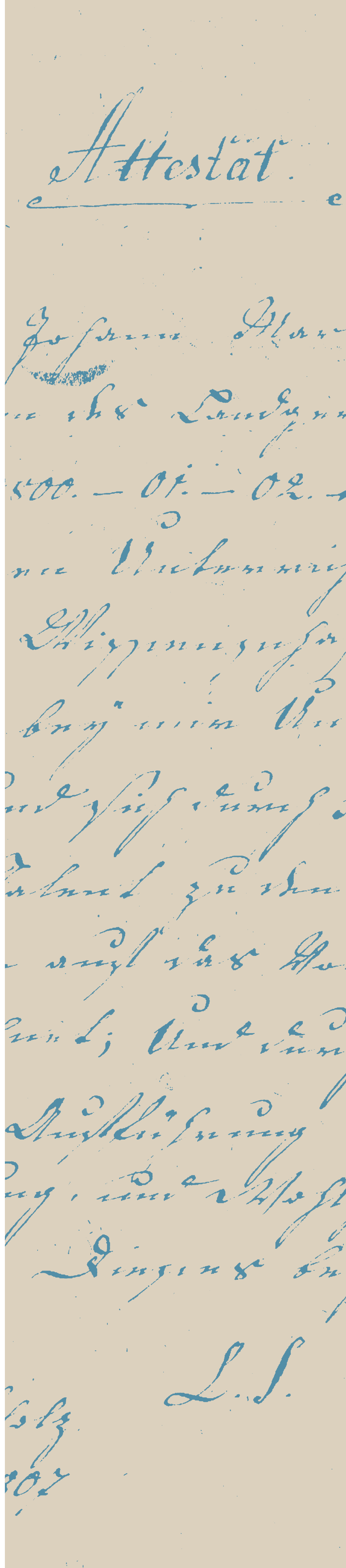
> *daß er, als im Jahre 1809 während der Insurrektion im Tyrol, und der gewaltsamen Besetzung des k. Landgerichts Füssen durch die Rebellen es von Übelgesinnten dahin eingeleitet werden wollte, daß die Conskriptions-pflichtigen Unterthanssöhne der Pfarre Pfronten sich der Conskription im Jahre 1809* [...] *widersetzen und entziehen sollten, der Trigonometer Martin Hermann durch seine*[n] *Zuspruch an Conskriptions-Pflichtige Jünglinge und Belehrung über ihre Unterthanspflichten vorzüglich dazu beitrug, daß die Pläne der Übelgesinnten vereitelt wurden u. alle Conscriptionspflichtigen sowohl der Pfarre Pfronten als den andern benachbarten Gemeinden derley pflicht widrige Anträge standhaft von der Hand wiesen, und ihre Pflichten als gehorsame Unterthanen erfüllten.*

Ein Duplikat dieser Eingabeakte erhielt am 20. August 1816 "die k. Steuer Kataster Commission zum Bericht", der allerdings wohl doch etwas anders ausfiel als von Hermann erwartet; denn am 31. August 1816 erging von dort folgende Stellungnahme an den König:

> *Auf das uns zur allergnädigsten Berichts Erstattung unterm 20ten dieß* [...] *No 11615, in Duplicat allergnädigst zugeschlossenen Anlagen des diesseitigen Trigonometers, Martin Hermann, um definitive Anstellung im Staatsdienste – koennen wir zwar nicht widersprechen, daß derselbe seit dem Beginn der Steuer Vermessung anfangs als Geodaet, und seit dem Monat Juli 1809 als Trigonometer zur dießseitigen Zufriedenheit funktioniert, und hiermit ein sehr lobenswürdiges Betragen verbunden hat. Allein – da wir bisher nicht so glücklich gewesen sind, den zu einer definitiven Anstellung bereits allerunterthänigst beantragten noch vorzüglicheren Trigonometer Mader und andere der verdientesten Geometer definitive angestellt zu sehen, so glauben wir es um so weniger wagen zu dürfen, jenen Individuen auch noch den Trigonometer Hermann beizustellen; geben aber mindeste Maß, sondern ersterben in tiefster Ehrfucht* [...]

Kaspar Mader (17xx-1853), der hier genannt, gerühmt und auf eine noch höhere Stufe als Hermann gestellt wird, galt als hervorragender Geodät und zugleich als bester Schüler von Johann Georg von Soldner (1776-1833), der seinerseits so etwas wie die graue Eminenz der – nicht nur bayerischen – Landesvermessung war (und einigem anderem mehr).– Wir wissen nicht ganz genau, wie es weiterging; jedenfalls aber scheint die Bitte Hermanns an den König erst einmal nicht erfüllt worden zu sein, und die Personalakte springt unvermittelt in das Jahr 1818, wo wir jedoch unter dem Datum des 9. Oktober 1818 dann eine Art von königlichem Sammelerlass mit individuellen Ausfertigungen finden:

> *Auf den Antrag Unseres Staats-Ministeriums der Finanzen haben Wir allergnädigst beschlossen, den nachbemerkten, bei Unserer Steuerkatasterkom-*



> *mißion gegen den bisherigen Bezug fixer Diäten beschäftigten Individuen von dem Finanzjahr 1818/19 an folgende Besoldungen zu verleihen: 1. Dem Trigonometer Joh: Martin Hermann ein tausend Gulden* [...](BHStA).

Dies wurde auch im *Allgemeinen Intelligenzblatt für das Königreich Baiern* für 1818, Spalten 1247-1248, veröffentlicht:

> *Seine Königl. Majestät haben durch Rescript vom 9. October d. J. der unmittelbaren Steuer-Cataster-Commission nachstehende Gehülfen in staatsdienerschaftlicher Eigenschaft beyzugeben, und deren Gehalte statusmäßig zu reguliren geruht: 1. Die Trigonometer: Caspar Mader, Johann Martin Hermann. 2. Die Geometer* [...] *Johann Georg Zobel* [...].

Hier sehen wir, dass 1818 nur zwei Trigonometer fest angestellt wurden: Mader, der in den Augen der Direktion der Steuerkatasterkommission sogar noch vor Hermann rangierte, aber auch Hermann selbst; und wir finden als alten Bekannten auch Johann Georg Zobel in diesem "Rescript" als Geometer erwähnt.– Dass dies die schon vor zwei Jahren erbetene Festanstellung war, geht in der Personalakte nur indirekt daraus hervor, dass Hermann ein jährliches Salär "verliehen" wurde. Erst die Mitteilung anlässlich seines Todes wird deutlicher; da heißt es, dass Hermann ab dem "9. Octob: 1818 [...] mit Eintausend Gulden Besoldung als Trigonometer fix angestellt" wurde. Man findet im nächsten Jahr (und auch als nächsten Eintrag in der Personalakte), am 22. November 1819, dass einem "Trigonometer Herrmann" (erstmals auch in der Personalakte falsch mit "rr" geschrieben) "für die Rekognoszierung des Hauptnetzes im Rheinkreise als Taggeld fünf Gulden, und seinem Gehülfen tägl. 1 f: 20 k: bewilligt" wurden. Das könnte bedeuten, dass diese Sonderaufgabe separat und zusätzlich entlohnt wurde.

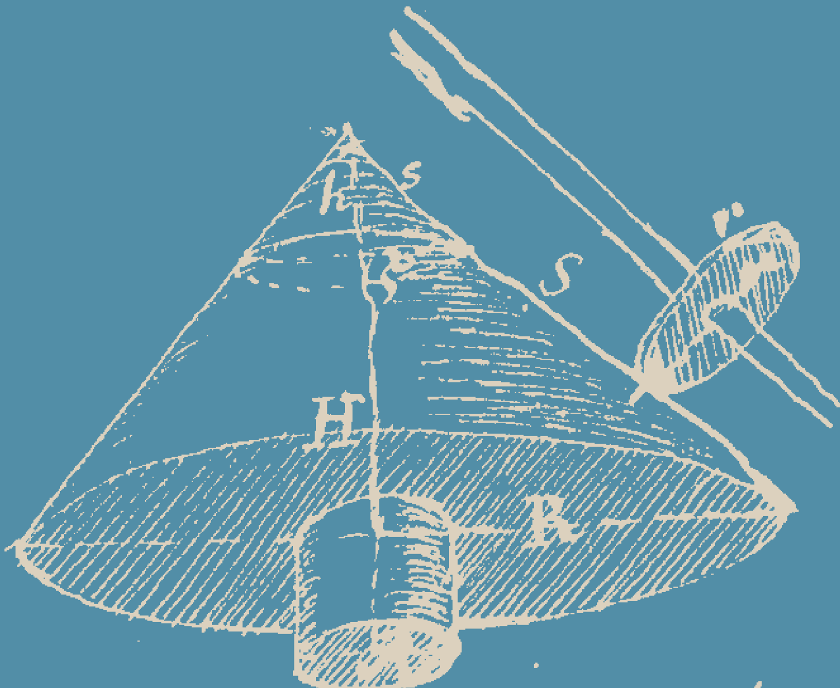
Jedenfalls aber fallen die Arbeiten um die Erfindung, Ausführung und Erprobung seines Planimeters genau in diesen Zeitraum 1814-1819 (Bauernfeind 1855); spätestens bei dieser Gelegenheit lernte er auch den damaligen Steuerrat Thaddäus Lämmle (1774-1837: Winschiers 1982, 82-83) kennen. Als Lämmle am 21. Juli 1819 beauftragt wurde, "sich sofort in den Rheinkreis zu begeben" (Amann 1908, 274), wo er unter anderem die Basis Speyer-Oggersheim vermaß, "wurde ihm der Trigonometer Hermann beigegeben, der im nächsten Jahre durch den Trigonometer Mader, Soldners besten Schüler, abgelöst wurde" (Amann 1908, 275). Wir werden diesen Zeitraum und auch die Rolle von Lämmle später anhand der Dokumente, die zum Thema Planimeter erhalten sind, noch ausführlicher beleuchten können. Es sei aber hier als Merkwürdigkeit erwähnt, dass die Aktivitäten, die sich rund um die Entwicklung des Planimeters entfalteten und, wie wir sehen werden, sicher sogar noch in das Jahr 1822 reichten, *keinen einzigen Niederschlag* in der Personalakte fanden!

Bald schon aber erwies sich Hermanns Gesundheitszustand als angegriffen; so erhielt er auf Antrag der Steuerkatasterkommission vom 7. August 1822 zwei Monate Urlaub, da seine "Gesundheitsumstände [...] durch seine langjährigen Anstrengungen im Dienste [...] merklich gelitten" hatten; der Urlaub diente "zum Gebrauch einer Badekur in Schattwald, Landgericht Reutte." Der Urlaub wurde am 16. August 1822 genehmigt und dies Hermann am 18. August 1822 mitgeteilt. 1825 trat er erneut eine sogar dreimonatige Erholungsreise an, die ebenfalls von der Steuerkatasterkommission am 12. August 1825 mit Nachdruck befürwortet worden war ("[...] billigerweise gegönnt werden dürfe": BHStA).

Am 2. Mai 1834 wurde eine – anscheinend zunächst uneheliche – Tochter Franziska geboren (BStA; BHStA). 1835 machten Hermann "wiederholte Blut-Congestionen" zu schaffen, worauf die Steuerkatasterkommission am 29. Januar 1835 für ihn einen sechsmonatigen Erholungsurlaub beantragte, der erneut – erst drei, dann nochmals drei Monate – befürwortet wurde. Dabei wurde festgestellt, dass Hermann weder "auf dem Lande triangulieren, noch im Bureau trigonometrische Rechnungen vornehmen zu können" in der Lage sei (BHStA). Am 8. August 1837 heiratete er in Pfronten die Mutter seiner Tochter, Franziska Aufschläger, "im Beiseyn des Thomas Haf, Uhrmacher u: Mechaniker" und "Paul Wetzer" als Trauzeugen (BHStA). Thomas Haff (1775-1859) ist der Vater der drei *Gebrüder Haff*, die 1835 die gleichnamige Firma in Pfronten gegründet hatten; Paulus Wetzer (1792-1871), Uhrmacher und Wirt in Pfronten-Heitlern (HW19950929), ist ein Mitglied der Familie Wetzer, die damals schon viele ausgezeichnete Uhrmacher und Mechaniker in ihren Reihen hatte, und aus der auch der spätere Gründer (1872) der gleichfalls in Pfronten ansässigen Firma *Hermann Wetzer* hervorging. Franziska Aufschläger (die Mutter), die fortan als Franziska Hermann zeichnete, wurde am 17. Juni 1809 als Tochter von Johann Aufschläger und seiner Frau, einer geb. Schönberger, in Höhenbrunn, Landgericht Grafenau (Bayerischer Wald) geboren, war also knapp ein Vierteljahrhundert jünger als ihr Ehemann (BP20130604).

Ob Johann Martin Hermann angesichts seines Gesundheitszustands überhaupt jemals noch einsatzfähig gewesen sein kann, muss offen bleiben; er blieb aber ungeachtet dessen stets Mitglied des "technischen Personals" (BHStA). Jedenfalls befand er sich "im Bade Brunnthal bei Bogenhausen" (heute ein Ortsteil von München; am 1.1.1892 wurde Bad Brunnthal nach Bogenhausen und Bogenhausen wiederum nach München eingemeindet) "zur Herstellung seiner Gesundheit", als er am 25. März 1841 dort verstarb. Die gegenüber Bauernfeind geäußerte Vermutung Kunigs, "[Hermann] starb wenn ich mich nicht täusche als Irre", scheint also doch auf einer Täuschung zu beruhen (Brief von Kunig an Bauernfeind, 17.6.1855, im Nachlass Bauernfeind, Deutsches Museum, München; auszugsweise mitgeteilt in Bauernfeind 1855, nicht jedoch dieser Halbsatz; etwas mehr über Kunig im anschließenden Dokumententeil). Die Steuerkatasterkommission hielt schon am 30. März 1841 fest, dass bereits 1829 "seine erworbenen Rechte garantiert" worden seien und Hermann daher 1841 in "Dienstes-Activitaet" verstorben sei; seine Frau und seine Tochter hätten deshalb Anspruch auf eine Pension.

Hermann wohnte zuletzt in München, in einer 3-Zimmer-Wohnung "im Thal Mariä N 8/4" (das ist etwa ein Teil der Richtung der heutigen Straße "Im Tal" ab der Stadtmitte – heute ab Marienplatz, den es aber in dieser Gestalt und unter diesem Namen noch nicht gab –, der in Richtung zur "Frauenkirche" führte, eigentlich dem Dom zu Unserer Lieben Frau [Maria] und daher die präzisierende Angabe "Thal Mariä"; die Gegenrichtung, die mehr mit dem Verlauf des heutigen Tal übereinstimmt, hieß entsprechend "Thal Petri" und nahm die Richtung des "Alten Peter", richtigerweise natürlich Sankt Peter, auf). An Materiellem hinterließ er – neben seiner vom Nachlassgericht minutiös erfassten Bekleidung und der Wohnungseinrichtung – ca. 200 Bücher und Lexika (darunter ein Konversationslexikon), aber auch mehrere zum Teil noch mit Hypotheken belastete Grundstücke in Pfronten-Ried (BStA). Frau und Tochter erhielten 200 Gulden Witwen- und 40 Gulden Waisenpension, zusammen also 240 Gulden (BHStA). Die Pension der Mutter wurde in den nächsten Jahren durch kleinere Beträge aufgestockt; die Tochter wurde durch ihren Onkel, den "Regierungsrath Hermann, Landshut", gelegentlich unterstützt.



$\mathrm{R} = 0{,}4$ Zolle. $\mathfrak{Z} = 10$ Tagwerk

$\mathcal{R} = 0{,}2$ —— $Q = 200$ Fuß.

$r = 0{,}35$ —— $\mathcal{M} = 500$ ——.

$S = 1{,}98$ ——

$\mathcal{R}.x = 0{,}73.$

$x = 0{,}58$

$\varsigma = 0{,}6$ Zo

$s = 0{,}85$

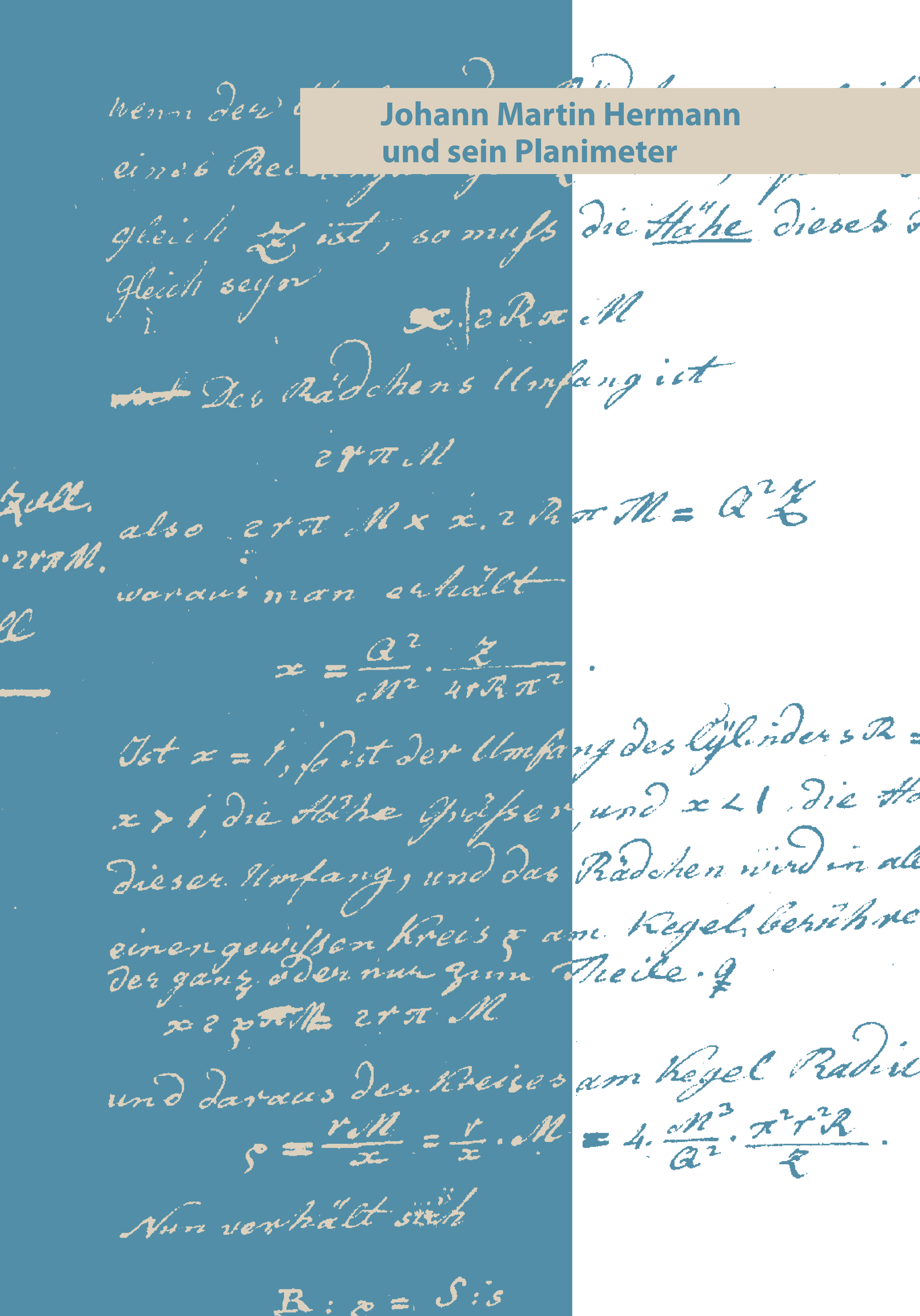
q Es verhält sich

$$x \cdot 2\pi \mathcal{R} \mathcal{M} : 2\pi \mathcal{R} \mathcal{M} = 2\pi r \mathcal{M} : 2\pi \varsigma \mathcal{M}$$

$$2\pi \varsigma \mathcal{M} = \frac{2\pi \mathcal{R} \mathcal{M} \times 2\pi r \mathcal{M}}{x \cdot 2\pi \mathcal{R} \mathcal{M}} = \frac{2\pi r \mathcal{M}}{x}$$

oder $x : 1 = r : \varsigma$ und $\varsigma = \frac{r}{x}$

$\mathrm{R} : \varsigma = S : s$ und $s = \frac{S\varsigma}{\mathrm{R}}$



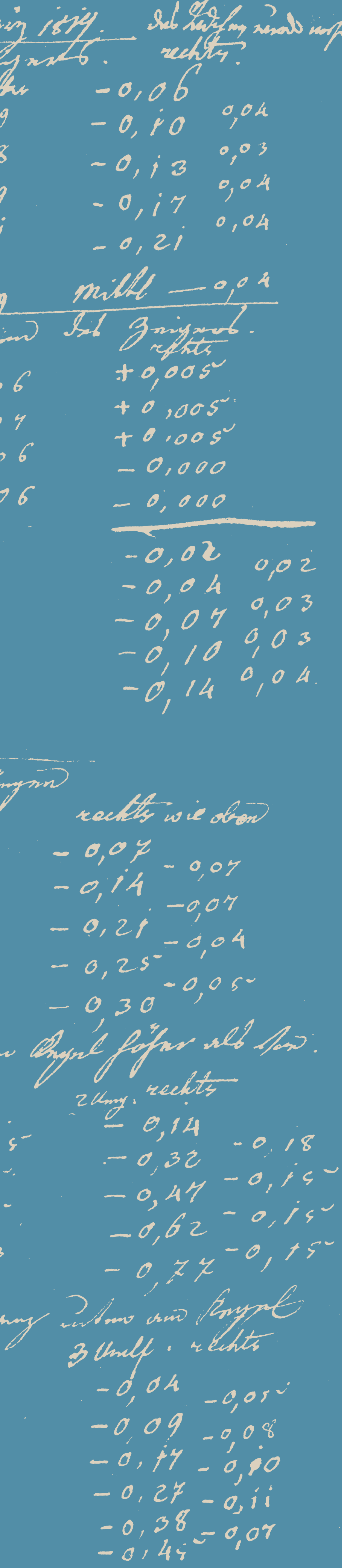
Johann Martin Hermann und sein Planimeter

Johann Martin Hermann und sein Planimeter, 1814-1822

Über die Frühgeschichte der exakten mechanischen Flächenmessung gibt es nicht viele zuverlässige Aussagen, geschweige denn ausführliche Darstellungen, und im Wesentlichen beginnt die literarische Aufarbeitung mit der vielbeachteten Veröffentlichung von Carl Maximilian von Bauernfeind aus dem Jahr 1853, "Die Planimeter von Ernst, Wetli und Hansen, welche den Flächeninhalt ebener Figuren durch das Umfahren des Umfangs angeben". Eine Fußnote zu dieser Publikation konnte Bauernfeind in Dingler's Polytechnischem Journal, Band 137 (1855) 81-87, anfügen, als ihm Materialien zur Verfügung gestellt wurden, die auf den bayerischen Trigonometer Johann Martin Hermann und das Jahr 1814 zurückwiesen. Diese Materialien sind alles, was von Hermann zum Thema Planimeter erhalten ist.

Eine Publikation zu Lebzeiten Hermanns liegt nicht vor. Hermanns Planimeter benutzt einen Mechanismus, wie ihn dann auch Tito Gonnella (1794-1867) um 1824 (indirekt publiziert in Gonnella 1825, ausdrücklich in Gonnella 1841), Johannes Oppikofer [(1783-1864); 1826 oder 1827, indirekt publiziert in Lambel 1841 und N.N. 1841], und in dessen Nachfolge Heinrich Rudolf Ernst [(1803-1863); mindestens ab 1833, Instrument in Paris der Académie des Sciences 1834 vorgeführt, prämiert 1836, publiziert in Lambel 1841 und N.N. 1841] verwendeten. Wir werden uns diesen Personen im Anschluss an Hermann etwas eingehender widmen. Unter diesen bislang bekannten Nutzern des, wie wir sehen werden, als "Kegel/Rad-Mechanismus" zu beschreibenden Instruments, kommt aber Johann Martin Hermann damit unzweifelhaft eine gewisse Priorität zu, die allerdings durch das Fehlen einer Publikation nur eingeschränkt oder ideell sein kann.

Bauernfeind konnte 1855 aus Bruchstücken "von alten Manuscripten und Zeichnungen" schöpfen, die ihm am 17. Juni 1855 vom königlich(-bayerischen) Bezirksgeometer Kunig in Straubing übersandt worden waren. Diese Manuskripte stammten einerseits von Hermann selbst, andererseits von Steuerrat Lämmle (s. o.), der im weiteren Verlauf der Entwicklung hinzutrat. Kunig wiederum hatte diese Manuskripte aus dem Nachlass seines Onkels, des Mechanikers Gottfried Sammet (17??-1848) erhalten, der – wohl 1817, Genaueres ist nicht bekannt – ein Instrument nach den Hermannschen Plänen angefertigt hatte, das jedoch nach dem Tod Sammets verschrottet wurde. Ein möglicherweise zweites Exemplar aus der Münchner Werkstatt von Liebherr ist laut einer Zeichnung 1822 sogar "ausgeführt" worden, aber anscheinend nicht erhalten (es existiert hierzu nur eine Zeichnung, s. u.).



Wir haben schon gesehen, dass die Inhalte von unregelmäßig berandeten Flächen, wie sie etwa auf Katasterplänen und Landkarten auftreten, auch mit Hilfe der Integral*rechnung* zwar formelmäßig angegeben werden können, sie werden dabei aber nur *prinzipiell* beschrieben. Näherungsmethoden, etwa die Unterteilung der zu messenden Fläche in ein ausreichend feines Raster mit bekannter Rasterfläche und anschließendes Auszählen, sind ein nicht immer befriedigender Ausweg; allerdings stand bis zum Beginn des 19. Jahrhunderts kein anderes Mittel zur Verfügung. Die eingangs beschriebenen Planimeter von Oldenburg, Oldendorp, aber natürlich vor allem von Zobel und Müller sind ein Versuch, diese Methode zu mechanisieren.

Es mag daher erstaunlich anmuten, dass es *mechanische* Vorrichtungen gibt, die erlauben, den Flächeninhalt einer prinzipiell beliebig berandeten ebenen endlichen Figur sogar *theoretisch exakt* zu bestimmen. "Theoretisch exakt" heißt dabei – wie immer, wenn es sich insbesondere um mechanische Instrumente handelt –, dass man sich dazu ein "ideales Instrument" vorstellt (ohne Fertigungs- oder Herstellungsfehler, ohne Berücksichtigung von Reibung usw; also abstrahiert von allen rein physikalischen Einschränkungen und/oder unabweisbaren mechanischen Fehlern, aber auch von Bedienungsfehlern), das die gestellte Aufgabe in der Theorie exakt löst.

Zur Notwendigkeit eines solchen Instruments wiederholen wir die Äußerung von Bauernfeind aus dem Jahr 1853: "Es gab wohl zu keiner Zeit so viele Flächeninhalte ebener Figuren zu berechnen als jetzt, wo man sich mit den ausführlichsten Landesvermessungen und den belangreichsten Strassenbauten beschäftigt. Ueberschlägt man nach den Angaben einiger Schriftsteller und Ingenieure die für die Steuerkataster, die Grunderwerbungen und Erdberechnungen für Eisenbahnen etc. nöthigen Flächenbestimmungen, so erreicht die Zahl der in Europa bloß für diese Zwecke jährlich auszumessenden Figuren nahehin die Größe einer Billion. Wenn aber Jahr für Jahr eine und dieselbe ermüdende und geisttödtende Arbeit tausend Millionen Male verrichtet werden muss, so ist es begreiflich, dass man daran denkt, sie abzukürzen oder durch ein mechanisches Verfahren zu ersetzen" (Bauernfeind 1853, 1).

Die Idee aber, man könne einen Mechanismus finden, der jede beliebig berandete ebene Fläche zuverlässig und nicht genähert, sondern eben exakt bestimmt, ist von einiger Bedeutung und Tragweite; und wenn auch an der Nicht-Publikation der Hermannschen Ergebnisse zu seinen Lebzeiten nichts zu ändern ist, so scheint ein Blick in seine "Ideenwerkstatt" doch lohnend: zumal die Umstände – oder Zufälle – dafür sorgten, dass Teile seiner für den "internen Gebrauch" gedachten schriftlich-zeichnerischen Darstellungen heute noch vorhanden sind. Sie befinden sich in den Sondersammlungen des Deutschen Museums, München, Nachlass Bauernfeind, Mappe 14, deren – etwas beiläufig-unauffällige – Bezeichnung lautet: "3 Briefe, 1 Schriftstück: Beschreibung einer Maschine. Planimeter von J. M. Hermann".

Dieser Bestand im Nachlass Bauernfeinds hat folgenden Ursprung: Nach Bauernfeinds Buchveröffentlichung aus dem Jahr 1853, die sich mit den genannten Instrumenten befasste, erreichte ihn eine Zuschrift des Bezirksgeometers Kunig aus Straubing. Darin wurde Bauernfeind auf die frühen Untersuchungen Hermanns aufmerksam gemacht; Kunig überließ Bauernfeind dazu einige Materialien, die in seinen Besitz gelangt waren. Der Bericht über Kunigs Zuschrift und die daraus erwachsende Würdigung der Hermannschen Ergebnisse ist der Inhalt von Bauernfeind 1855. Bauernfeind gab einige wichtige Auszüge aus den ihm überlassenen Dokumenten an die Öffentlichkeit und versprach gleichzeitig allen Interessierten die Einsichtnahme in die gesamten Unterlagen, falls eine solche gewünscht würde. Dies mag im Einzelfall erfolgt sein, schlug sich jedoch anscheinend niemals in weiteren Veröffentlichungen nieder.

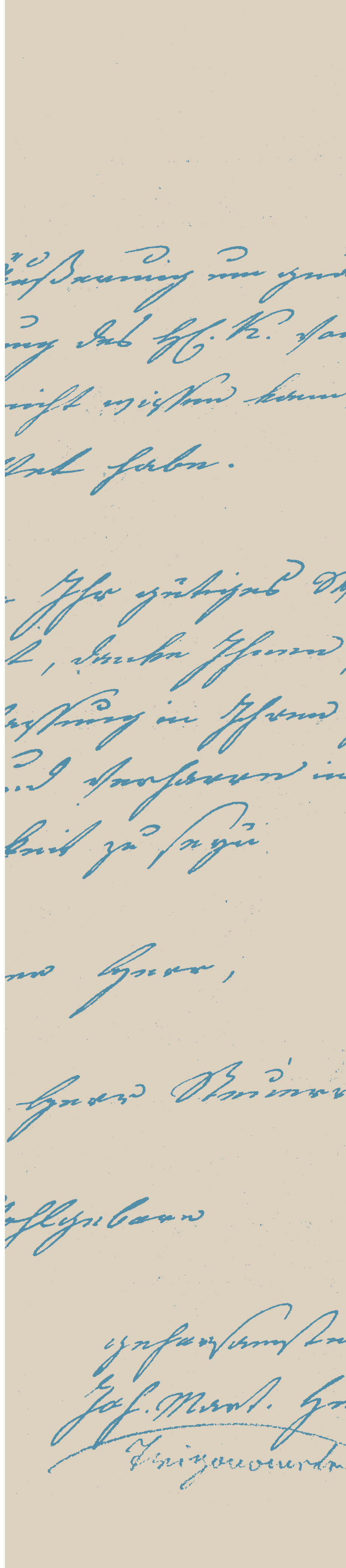
Es erscheint also angebracht, dies heute – und zum 200-jährigen Geburtsjahr der Idee – nachzuholen; das Folgende wird daher der Veröffentlichung der relevanten Unterlagen *in extenso* gewidmet sein. Einige verbindende Worte zwischen den Dokumenten mögen dem weiteren Verständnis dienen; eine vollständige Rekonstruktion der Vorgänge ist nicht beabsichtigt, kann wohl auch kaum mehr geleistet werden; auch lassen sich manche Ungereimtheiten sicher heute nicht mehr aufklären. Im Wesentlichen sprechen die Dokumente für sich; sie wurden in Orthographie und Zeichensetzung belassen wie vorgefunden. Einzige Veränderungen: "ao" wurde zu "anno", "n̄" zu "nn" und "m̄" zu "mm" aufgelöst; die zeitgenössische und gelegentlich wechselnde Verwendung von "ß" und "ss" wurde aber beibehalten. Ergänzungen des Textes stehen in eckigen Klammern; erläuternde Zusätze sind in Spitzklammern eingefasst. "|" bezeichnet einen Seiten- oder Blattwechsel im Originaltext; Auslassungen und/oder fehlende Teile sind mit "[...]" kenntlich gemacht.

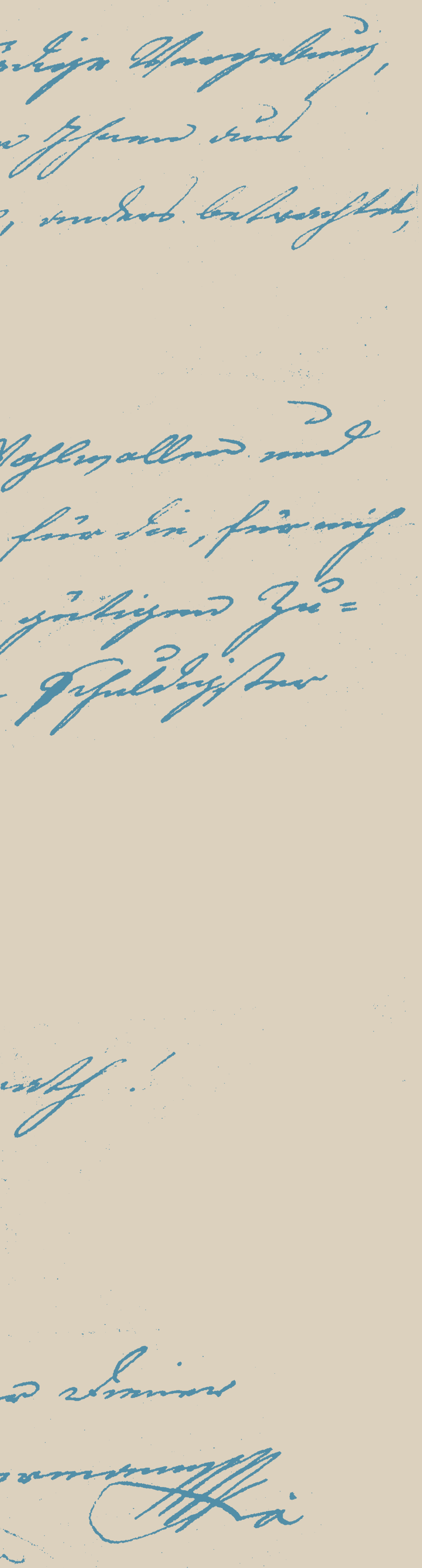
Beginnen wir gleichsam "von hinten" mit Kunigs Brief an Bauernfeind, der die Sache ins Rollen brachte:

[0]
<Auszug aus dem Schreiben Kunigs an Bauernfeind, 17.6.1855>

Hochzuverehrender Herr Professor!

Obwohl ich Euer Hochwohlgeboren ganz unbekannt bin wage ich dennoch auf Ihre gütige Nachsicht vertrauend mich Ihnen hiermit zu nähern, und wenn Sie nicht ganz ungünstig aufnehmen wollten würde ich mir noch weiter erlauben Sie sogar mit einer Bitte zu behelligen. Um nicht umständlich zu sein erlaube ich mir Ihnen zu sagen, daß mein ergebenstes Vorbringen den "Planimeter" betrifft. In der Vorrede Ihrer Abhandlung über die Planimeter von Ernst pp nennen Sie den Herrn Opikofer in der Schweiz als denjenigen, welcher die erste Idee zu dem Ernst'schen Planimeter angegeben habe. Derselbe hat wie es weiter in dieser Abhandlung heißt im Jahre 1827 einen





Planimeter | nach seiner Erfindung hergestellt, welcher 10 Jahre darauf von Hrn Ernst wesentlich verbessert u von Ingenieur Wetli noch weiters verändert worden ist. Ohne Widerspruchsgeist ud. ohne die Bescheidenheit verletzen zu wollen nehme ich mir die Freiheit Ew Hochwohlgeboren ein paar Zeichnungen und einige Bruchstücke & Scripturen von älterm Datum als anno 1827 zuzusenden, und wen[n] *Sie denselben gefälligst einige Minuten Zeit schenken wollen so werden Sie finden daß diese Blätter zusammen den Beweis in sich tragen daß dieselbe Idee u. ähnliche Ausführung eines solchen Instrumentes schon im Jahre 1814 u. 1817 den damaligen* [*<Fußnote:> Herrmann ist todt er starb wenn ich mich nicht täusche als Irre] Trigonometer Herrmann in München beschäftigte. Somit fiele das Verdienst der ersten Erfindung solcher Art Planimeter einem Landsmanne, einem Bayer zu, und diesem sollte es wenn möglich gewahrt werden. | Ich bin so frei Sie noch zu benachrichtigen auf welche Weise ich in den Besitz dieser Paginen gelangte, mit welchen Ew Hochwohlgeboren nach gefälliger Durchsicht nach irgend Belieben verfahren wollen, denn dann haben sie den einzigen Zweck wozu sie noch nütze sind oder waren erreicht, nemlich Rettung des Herrman'schen Verdienstes. Diese Papiere erhielt ich aus dem Rücklasse meines anno 1848 verstorbenen Onkels des Mechanikers Sammet, welcher mir auch ein paar Jahre vor seinem Tode eine Maschine vorgewiesen hat welche nach der bei diesen Blättern liegenden colorirten Zeichnung vor längerer Zeit von ihm gefertigt worden war. Er erklärte mir manches daran was ich jedoch damals weniger beachtete, weil ich Willens war als Jurist mein Brod zu suchen. Es ist mir jedoch noch gut erinnerlich daß er mir klagte, daß diese Maschine, welche einen ziemlichen Grad von Genauigkeit erreiche, bei der Steuer- | Kataster Commission nur deßhalb keinen Eingang sondern viele Feinde u. üble Nachreder bekommen habe, weil man daselbst nicht wüßte was man im Winter mit den vielen Geometern anfangen sollte welche Sommer über detailirten, da man sie sonst immer mit Flächen rechnen beschäftigte, diese aber durch derlei Maschinen mit ein paar Leuten allein besorgt werden könne. Die fragliche Maschine kam nach dem Tode Sammets ins alte Messing u. existirt nicht mehr. Die Abhandlung Ew Hochwohlgeboren über die Planimeter von Ernst pp erhielt ich vor zwei Monaten ud. bei Lesung derselben fiel mir ein, daß ich ein Instrument wie Figur 3 in der lith. Tafel schon gesehen habe. Entschuldigen Ew Hochwohlgeboren gütigst meine Freiheit Ihnen dieß mittheilen zu wollen, und wenn Sie günstig erlauben so komme ich auf den zweiten Punct meines Briefes, u. mit einer ganz ergebensten Bitte.* | [...]

Straubing den 17ten Juni 1855 Kunig

Die Schreibweise bei Kunig lautet immer "Herrmann" mit "rr".– Der zweite, daran anschließende (und hier nicht mehr wiedergegebene) Teil des 8-seitigen Briefs, d. h. S. 5-8, ist einem persönlichen Anliegen Kunigs gewidmet; Kunig bittet Bauernfeind um Konstruktionszeichnungen eines Hansen-Ausfeldschen Planimeters, nachdem das Horskysche Planimeter nicht zufriedenstellend arbeitete. Davon nämlich hatte er bereits ein Exemplar bei der 1811 gegründeten Werkstatt von J. Ulmer in Straubing, Kunigs Wohnsitz als Bezirksgeometer, bauen lassen. (Von Ulmer waren bei der Ersten Allgemeinen Deutschen Industrieausstellung, die 1854 im Münchner Glaspalast stattfand, eine Kreisteilmaschine und etliche Nivellierinstrumente eigener Konstruktion gezeigt worden.) Es sieht so aus, als habe Bauernfeind ihm den Wunsch nach einer Zeichnung des bei Bauernfeind befindlichen Hansen-Ausfeld-Planimeters erfüllen können, denn Kunig ließ bei Ulmer ein genau dem Hansen-Ausfeldschen entsprechendes Instrument herstellen, das heute noch erhalten ist (Bayerisches Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, Inv. Nr. 789-40) und das von Ulmer seinerseits stolz mit "J. Ulmer, Straubing" signiert wurde.–

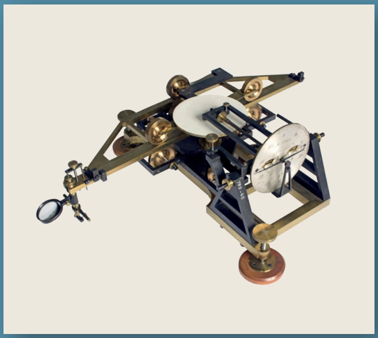


Abb. 35: Hansen-Ausfeld-Nachbau von J. Ulmer, Straubing

Damit kommen wir zu den eigentlichen Hermannschen Dokumenten; wiewohl allesamt undatiert, lassen sie sich von ihrem Inhalt her einigermaßen in eine überzeugende chronologische Entwicklung stellen. Bereits das (von uns als solches taxierte) erste Dokument reicht aus, um zu zeigen, dass Hermann darin den Kegel/Rad-Mechanismus entwickelt, wie er später auch bei den Planimetern von Gonnella, Oppikofer und Ernst verwendet wurde. Das folgende Dokument wurde mit marginalen, aber keinesfalls sinnentstellenden Auslassungen schon bei Bauernfeind 1855, 82-83 wiedergegeben (Bauernfeinds Aufsatz enthält aber keine Zeichnungen etc.).

[1]
<Vermutlich ein früher Entwurf, ohne Überschrift, ohne Datum>

Der Flächeninhalt zweier Dreiecke, oder auch Parallelogramme, welche eine und dieselbe Grundlinie haben, steht im geraden Verhältnisse zu ihren Höhen; so, daß wenn die Höhe des einen 2, 3, pp mal größer ist als die Höhe des andern, so ist auch der Flächeninhalt des erstern 2, 3 pp mal größer, als der des andern.

Denkt man sich nun einen Kreis, dessen Peripherie gleich einer solchen gemeinschaftlichen Grundlinie seye, und diesen Kreis mit etwas anderem so in Verbindung, daß, wenn man mit letzterm längs dieser Linie herfährt, er sich gerade einmal um seine Axe drehe, wenn die Höhe der Figur = 1 ist; denkt man sich ferner, daß, wenn die Höhe der Figur = 2 ist, sich der Kreis vermittelst seiner Verbindung, während längs der Grundlinie hergefahren wird, 2 mal um seine Axe drehe, und denkt man endlich, daß die Revolutionen des Kreises wie die Zahlen der Höhen zunehmen, und würde die Zahl dieser Revolutionen an irgend etwas bemerkt werden können: so hätte man mit einem so verbundenen | Kreise eine Art mechanischen Flächenmesser. Wollte man nun, ohne Zahlenrechnung, den Fl[äc]*heninh*[a]*lt geometr. Figuren durch eine Maschine finden können, so dürfte bloß die Art aufgesucht werden, wie die Kreis Revolutionen in dem obigen Verhältnisse bewirkt werden könnten, und die Maschine wäre erfunden.*

So dachte ich im Herbste des Jahres 1814 in den Auerburgischen Gebirgen, welches Amt Auerburg ich damals, zum Behufe der Steuerrektifikations-Vermessung, trigonometrisch aufnahm, und als ich nach vollendetem Geschäfte wieder in München war, und mehr diesem Gedanken nachhängen konnte, kam ich, nach angestrengtem Nachdenken auf folgende Idee.

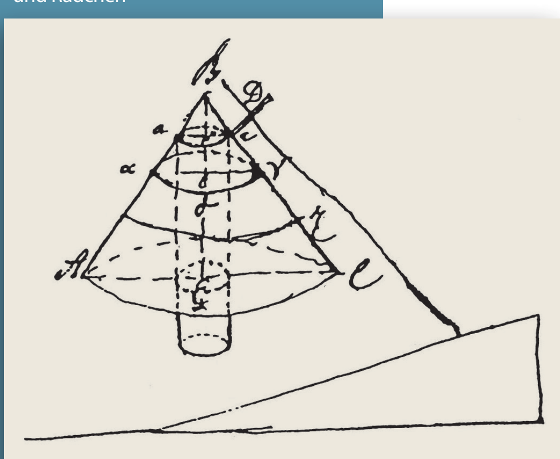
Der vorgenannte Kreis ist ein ungezähntes Rädchen, das sich an einem Wellbaum um seine Axe drehen läßt. Dieses Rädchen wird vermittelst einer Feder mit seinem Rande an eine Seiten-Linie eines Kegels angedrückt, welche SeitenLinie des Kegels aber parallel mit dem Wellbaum des Rädchens seyn muß. Der Kegel ist um seine Axe drehbar, und setzt, wenn er gedreht wird, das an ihn angedrükte Rädchen ebenfalls um seine Axe in Bewegung, und er wird während der Bewegung von dem Rädchen in einem Kreise auf seiner Seitenfläche berührt, dessen Ebene parallel mit der Ebene seiner Basis ist. |

Gesetzt nun, das Rädchen berühre den Kegel an jener Stelle, wo der Kreis, den es auf seiner Seitenfläche beschreibt, eben so groß ist, als das Rädchen selbst, so wird zu einem ganzen Umlauf des Rädchens auch ein ganzer Umlauf des Kegels erfordert; rüke ich aber das Rädchen noch einmal so weit von der Spitze des Kegels gegen seine Basis, so wird es dort, wenn der Kegel einmal um seine Axe bewegt worden ist, sich in dieser Zeit zweimal um die seinige bewegt haben, weil die Peripherie des Kegelkreises jetzt doppelt so lang ist, als die des Rädchens. Denn es ist in den ähnlichen Dreiecken Bac [und] *Bαγ*

$$Bc : ac = B\gamma : \alpha\gamma$$

wo ac = dem Diameter des Rädchens D. Da Bγ = 2 Bc, so muß auch αγ = 2 ac = dem doppelten Durchmesser des Rädchens D, und folglich auch die Peripherie des Kreises αδγα = der doppelten Peripherie des Rädchens seyn, und wenn Bξ = 3 Bc, derselbe Kreis = der 3fachen Peripherie des Rädchens etc p.p.

Abb. 36: Federzeichnung von Kegel und Rädchen



Es habe itzt der Kegel auf seiner Basis einen concentrischen Cylinder, dessen Durchmesser gleich dem Durchmesser des Räd. ist, befestigt, welcher, wenn der Kegel um seine Axe gedreht wird, an einem geraden Liniale sich fortrollt; der Wellbaum des Räd. behalte während dem Fortrollen des Kegels immer dieselbe Lage gegen des | *letztern Axe, und könne längs der Seite des Kegels, vermittelst eines Keiles hin und her gelassen werden, [<getilgt:> auf der Höhe des Rädchens seye eine Scheibe] und irgendeine Vorrichtung angebracht, welche die ganzen Umläufe des Rädchens sowohl als die Theile des Umlaufs anzeige; so wird diese Vorrichtung die Verhältnisse des Flächeninhalts aller auf einer und derselben Grundlinie stehenden Rektangel anzugeben im Stande seyn. Denn, gemäß der Voraussetzung ist die Peripherie des Rädchens, sowie die Peripherie des Zylinders am Ke-*

gel = dieser gemeinschaftl. Grundlinie, und der Keil unter einem solchen Winkel zum Aufschieben des Rädchens gestellt, daß seine Basis, welche die Höhe der Parallelogramme mißt und verstellt, so weit herausgezogen worden ist, daß ihre Länge mit dieser Grundlinie multiplizirt eine gewisse FlächenEinheit, z.B. ein T[a]*gw*[er]*k, macht, dann das Rädchen in einer solchen Höhe den Kegel berührt, wo der Parall*[el]*kreis mit seiner Basis auf seiner Seitenfläche = dem Umkreise des Rädchens ist*

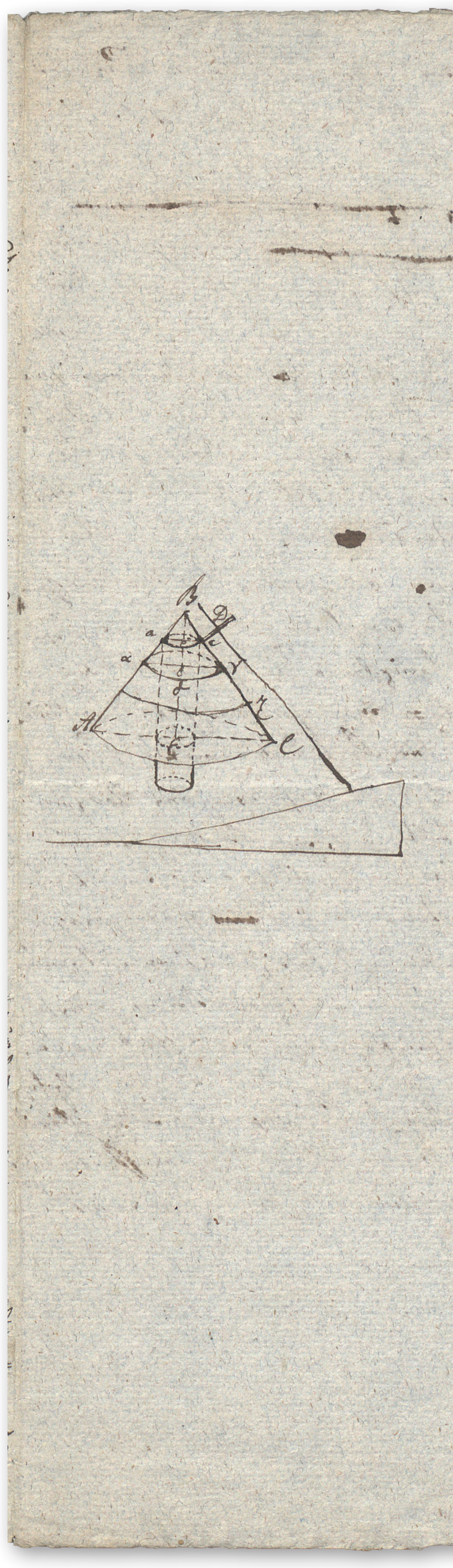
<Ende des Textes>

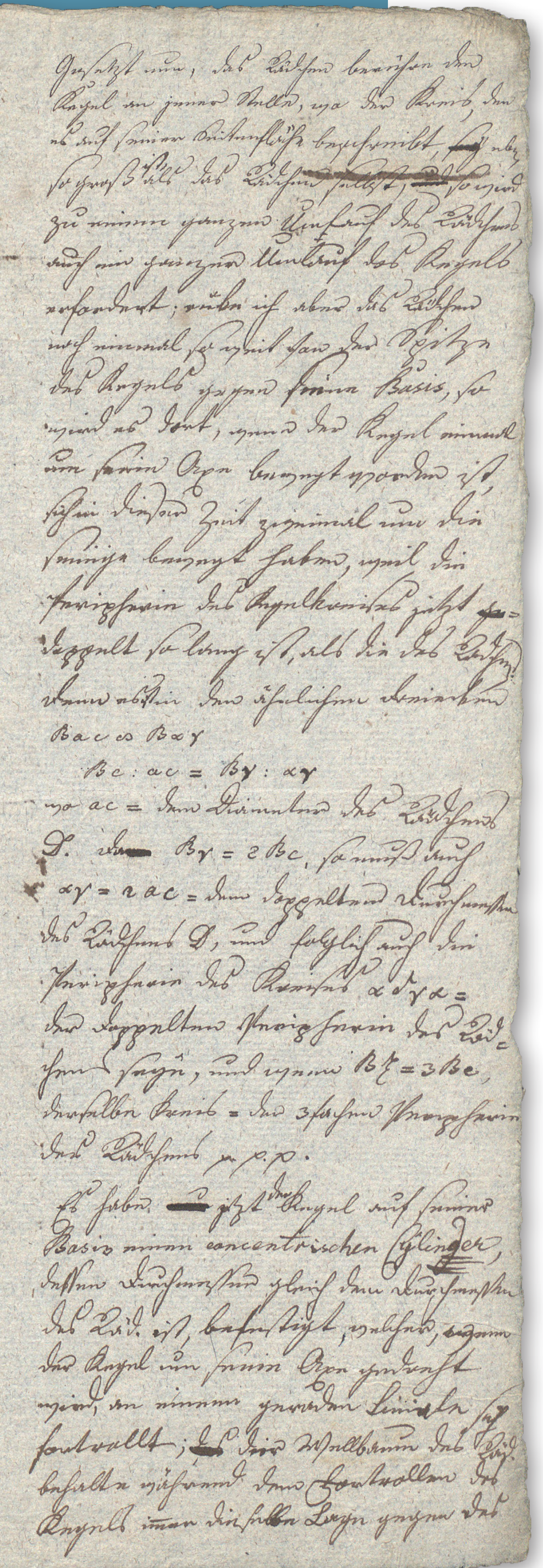
Was sagt Hermann hier? Erstens stellt er fest, dass Rechtecke mit gleicher Grundlinie, aber unterschiedlicher Höhe, Flächeninhalte besitzen, *die der Höhe proportional sind*. Hermann benutzt dafür den zeitgenössischen Ausdruck "in geradem Verhältnis stehen". Zweitens führt er ein *Messrad* ein, das durch eine geeignete Vorrichtung (die er noch beschreiben wird) um seine Achse in Drehung versetzt wird, und zwar ebenfalls *proportional zur Höhe eines zu messenden Rechtecks.* Wenn aber diese Vorrichtung einmal gefunden ist, dann ist der *mechanische Flächenmesser* schon fertig – denn ihm ist klar, dass alle Zwischenwerte *auch* von diesem Mechanismus erfasst werden, es also gar nicht mehr nur um Rechtecke gehen muss, sondern um *eine beliebige Konturlinie* gehen *darf*.

Es folgt die Beschreibung dieser Vorrichtung und ihres Zusammenspiels mit dem Messrädchen: Teil 1 dieser Vorrichtung ist ein *Kegel*, auf dessen Mantellinie das Messrädchen verschiebbar ist. Eine Drehung des Kegels bewirkt eine Drehung des Messrädchens, und das Verhältnis dieser Drehungen hängt von der Position des Messrädchens auf der Mantellinie ab. Ist es ganz oben an der Kegelspitze (unabhängig davon, ob das technisch realisierbar ist), dann kann der Kegel sich drehen, aber das Messrädchen wird nicht gedreht (Multiplikationsfaktor 0); ist der Radius des Berührkreises gleich dem Radius des Messrädchens, und sind daher auch die beiden Umfänge gleich, dann sind beider Drehungen zwar entgegengesetzt, aber vom Betrag her gleich groß (Multiplikationsfaktor 1); ist der Radius des Berührkreises doppelt so groß wie der des Messrädchens, also auch seine Peripherie doppelt so groß wie die des Messrädchens, dann dreht das Messrädchen sich doppelt so schnell wie der Kegel (Multiplikationsfaktor 2); usw.

Bleibt noch die Aufgabe, diese Positionsänderungen des Messrädchens zu bewerkstelligen; dazu dient der beschriebene (und in der Zeichnung ebenfalls deutlich zu sehende) *Keil*. Er bildet den Teil 2 der Vorrichtung und muss dafür sorgen, dass die Messrolle die entprechende Höhenlage auf der Mantellinie einnimmt. Es ist aber klar, dass das so geschehen wird, dass auch alle Werte, die *zwischen* den nur beispielhaft herausgegriffenen Werten 0, 1, 2... liegen, ebenfalls möglich sind... und das genau beschreibt den eingangs schon erwähnten *kontinuierlichen Multiplikationsmechanismus*. Damit ist die Integration

Abb. 37: Auszug aus dem Manuskript





1 : 1 mechanisch auf ein kontinuierliches Multiplikationsgetriebe abgebildet – und eine Lösung des Integrations-, also auch des Flächeninhaltsproblems gefunden.–

Für die Einstufung als früher Text spricht, dass hier die Forderung, der erwähnte Zylinderdurchmesser solle dem Rädchendurchmesser gleich sein, aufgestellt wird. Diese Forderung wird schließlich fallen gelassen und ist insbesondere bei der später folgenden kolorierten Zeichnung [s. u. 6] des Instruments nicht mehr berücksichtigt. Es folgt jedoch zunächst ein etwas ausgearbeiteterer Entwurf, den man sich durchaus in den Anfangspassagen als Beginn einer geplanten Veröffentlichung vorstellen kann (nicht bei Bauernfeind 1855 veröffentlicht, der sich nur die Überschrift des Dokuments [2] "ausgeliehen" und sie zum oben wiedergegebenen Dokument [1] hinzugesetzt hat):

[2]

<Vermutlich ein späterer Entwurf, ohne Datum>

Beschreibung einer Maschine zum Abnehmen des Flächen-Inhaltes aller geometrischen Figuren ohne Zahlenrechnung, und in gleicher Schärfe mit letzterer, durch bloßes Herumführen eines Stiftes auf ihrer Gränzlinie.

<u>Einleitung</u>

Der Flächeninhalt eines Rektangels ist, wie man sich auszudrücken pflegt, ein Produkt <u>aus seiner Grundlinie in seine Höhe</u>, oder wenn die Grundlinie = b, die Höhe = a und der Inhalt = A, so ist

$$A = ab,$$

und wenn die Basis sich gleich bleibt, die Höhe aber nach und nach a', a'', a''' u. s. w. wird, so hat man nacheinander

$$A' = a'b$$
$$A'' = a''b$$
$$A''' = a'''b, \text{u.s.f.}$$

Es verhält sich demnach

$$A : A' = ab : a'b = a : a'$$
$$A : A'' = ab : a''b = a : a'' \text{ usw.}$$

d. i. der <u>Inhalt aller Rektangel über einer und derselben Basis verhält sich wie ihre Höhen</u> zu einander.

Ließe sich ein Mechanism angeben, welcher in verschiedenen Höhen des Rektangels nach der Länge der Basis geführt, die Anzeige nach obigen Verhältnissen machte, so wäre dieser eine FlächenBerechnungs-Maschine.

Ein solcher Mechanism läßt sich wirklich angeben, und zwar durch eine sehr einfache Verbindung
einer zirkelrunden Scheibe,
eines Keiles, und
eines senkrechten Kegels,
als wesentliche Bestandtheile derselben. |

Ich will nun die Möglichkeit davon in Kürze zeigen.

Man denke sich die angegebenen drei Dinge so miteinander in Verbindung, daß vermittelst des Keiles die Scheibe an der Seite des Kegels von seiner Spitze bis an seine Grundfläche herabgelassen, und wieder von da an die Spitze hinauf gehoben werden könne, und daß während dieser Bewegung, ein Punkt von dem Umfange der zirkelrunden Scheibe die Seite des Kegels stets in einer geraden Linie berühre; man denke sich ferner, der Kegel sowohl als die Scheibe seyen um ihre Axen drehbar und zwar so, daß sich die Lage ihrer Axen gegeneinander stets gleich bleibe, so wird, da beide aneinander etwas angedrückt sind, vermöge der Reibung, wenn eines, z. B. der Kegel, gedreht wird, auch das andere sich drehen, und die Scheibe wird, je nachdem sie an der Seite des Kegels von dessen Spitze mehr oder weniger absteht, wenn er einen ganzen Umlauf um seine Axe gemacht hat, entweder nur einen Theil eines Umlaufs, oder einen ganzen Umlauf, oder mehrere ganze Umläufe und Theile gemacht haben. Denn (da die Axen stets dieselbe Lage gegeneinander beibehalten) die Scheibe berührt den Kegel auf seiner Seitenfläche während seinem Umlaufe | in einer Kreislinie, deren Ebene mit der Ebene seiner Basis parallel ist. Die Halbmesser dieser Kreise nun haben zwischen 0 und dem Halbmesser der Basis des Kegels jede gedenkbare Größe, können also kleiner, gleich oder größer seyn, als der Halbmesser der Scheibe, und folgl. sie nur theilweise, ganz, oder vielmal um ihre Axe drehen (weil sich die Peripherien wie die Halbmesser, womit sie beschrieben sind, verhalten), während sich der Kegel einmal um die seinige dreht.

Es verhalten sich auch die Kreise auf der Seitenfläche des Kegels wie die Abstände ihrer Peripherien von seiner Spitze. Einem doppelt so großen Abstande von ihr, entspricht auch ein Kreis von doppelter Peripherie u.s.f.

[<Der folgende Absatz wurde getilgt:> An der Basis des Kegels seye ein Cylinder konzentrisch befestigt, dessen Peripherie kleiner als die der Basis seyn mag, und, für itzt, gleich der Grundlinie der oben besprochenen Rektangeln; eine Vorrichtung zeige die Umläufe der Scheibe und deren Theile an.]

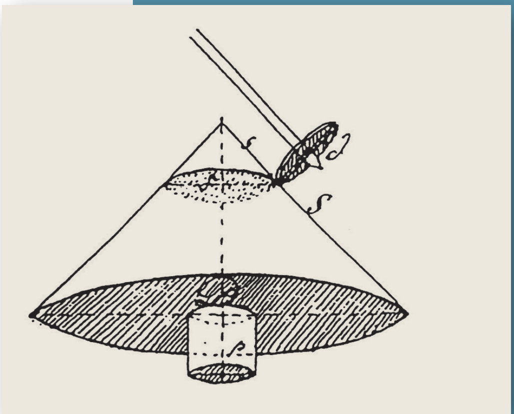
<Ende des Textes>

Diese Beschreibung ist zwar anfangs etwas ausführlicher als die vorangegangene, bleibt aber in manchen Punkten immer noch unklar (und bricht dann sogar vorzeitig ab). Dies wird sich in den folgenden Dokumenten ändern, die schon mehr ins Detail gehen und zudem einige aufschlussreiche Berechnungen enthalten.

Man beachte aber, dass im hier abgebrochenen Stadium des gerade vorgelegten Textes [2], und zwar im später getilgten Teil, die Grundlinienlänge nicht mehr gleich der Peripherie des Rädchens, sondern – zumindest "für itzt" – gleich der Peripherie des Zylinders ist. Vorgreifend mag hier schon die [eventuell spätere] Hermannsche Einsicht wiedergegeben sein, dass beide Maße (und noch einige andere Instrumentenparameter) sogar weitgehend willkürlich gewählt werden können.

Am wichtigsten ist aber die Überschrift dieses Dokuments: Sie zeigt deutlich, dass Hermann sich der Bedeutung seiner Erfindung vollkommen im Klaren war und eine Eigenschaft, die auf den ersten Blick richtiggehend irritierend wirken musste, herausstellte: Nämlich, dass es genügt, den Rand *(die "Gränzlinie") einer Figur einmal zu umfahren, um den* Inhalt *bestimmen zu können.* Denn bei "Befahrung des Randes" denkt man automatisch an den Umfang der Figur, nicht an den Inhalt; und zudem besteht, außer einer sehr pauschalen, aber durchaus tiefliegenden mathematischen Aussage (der sogenannten "isoperimetrischen Ungleichung", was wir hier aber nicht vertiefen wollen) eben gerade *kein* Zusammenhang zwischen Umfang und Flächeninhalt einer Figur. Wir werden später daher noch lesen (in Dokument [8]), dass zwei im Instrumentenbau und im Vermessungswesen bedeutende Männer, denen Hermann diese Erfindung mitteilte – Reichenbach und Soldner –, "in Staunen" versetzt wurden und zugaben, dass sie eine solche Lösung sogar "für unmöglich gehalten" hätten.

Abb. 38: Federzeichnung von Kegel und Rädchen



<3>

<Federzeichnung von Kegel und Rädchen, ohne Datum>

Wenn des Scheibchens d Umfang dπ gleich der Grundlinie eines Rechteckes gedacht wird, welches den gegebenen Fl[äc]*h*[e]*nI*[n] *h*[a]*lt Z hat, diese Länge aber auf der Basis der schiefen Ebene oder des Keiles lieget und in seiner Winkelspitze anfängt; wenn ferner das Stück x der Schnure oder des Liniales (welches an der Rolle p den Keg*[e]*l, und durch ihn das Scheibchen, um ihre Axen drehet) die Höhe des obigen Rechteckes ist, so daß* $d\pi \cdot x = Z$ *: so bestimmt der Abstand s, der Scheibe von der Spitze des Kegels, als Höhe, wo die Periph. des Scheibchens Gr*[un]*dlinie ist, die Neigung des Keiles.*

Denn, da Z ein für allemal bestimmt und unveränderlich ist, so ist durch die Annahme einer seiner Dimensionen die andere auch gegeben; da dπ Basis, Z Inhalt, so ist Höhe, oder das vor genannte $x = Z/d\pi$*. Ist nun* $Z/d\pi = p$*, so geht der Kegel ganz am Ring herum, wenn die Maschinen längs der Linie x geführt wird, und das Rädchen muß an einen Punkt an der Seite des Kegels gebracht werden, dessen Parallelk*[rei]*s (δ) mit der Basis d. Kegels, der Scheibe selbst gleich ist, damit auch sie sich ganz um ihre Axe drehe.*

Wäre $Z/d\pi < p$ *so würde* $\delta > d$*;* $Z/d\pi > p$ *dann hätte man* $\delta < d$*.*

Es ist aber

$$Z/d\pi : p = d : \delta = pd^2\pi/Z$$
$$D : \delta = S : s = \delta S/D = pd^2\pi S/DZ$$

Gemäß Vorhergehendem hat man für den NeigungsWinkel φ der schiefen Ebene

$$\text{tang}\,\varphi = s/d\pi = dpS/DZ$$

<Ende des Textes>

Ein Hinweis: Hermann schreibt Proportionen einfach mit "=" weiter, dann aber nach dem letzten Glied aufgelöst (und in die fortgeschriebene zweite Proportion wird anschließend noch das so erhaltene Ergebnis der ersten Proportion eingesetzt).

Offenbar hat sich nun gegenüber der Beschreibung in Dokument [2] doch etwas verändert. Insbesondere wird nochmals von der Regelung abgesehen, dass das Rädchen und der (den Kegel antreibende) Zylinder gleiche Durchmesser besitzen sollten. Dies zeigt auch die allgemein gehaltene Formulierung im Text, die keinen direkten Zusammenhang zwischen d und p mehr konstatiert oder gar fordert (insbesondere nicht $d\pi = p$; man beachte ferner, dass "p" hier sowohl den Antriebszylinder selbst als auch seinen *Umfang* bezeichnet!), sondern beide nurmehr über $d\pi p = Z$ miteinander verknüpft, ja, nicht ein-

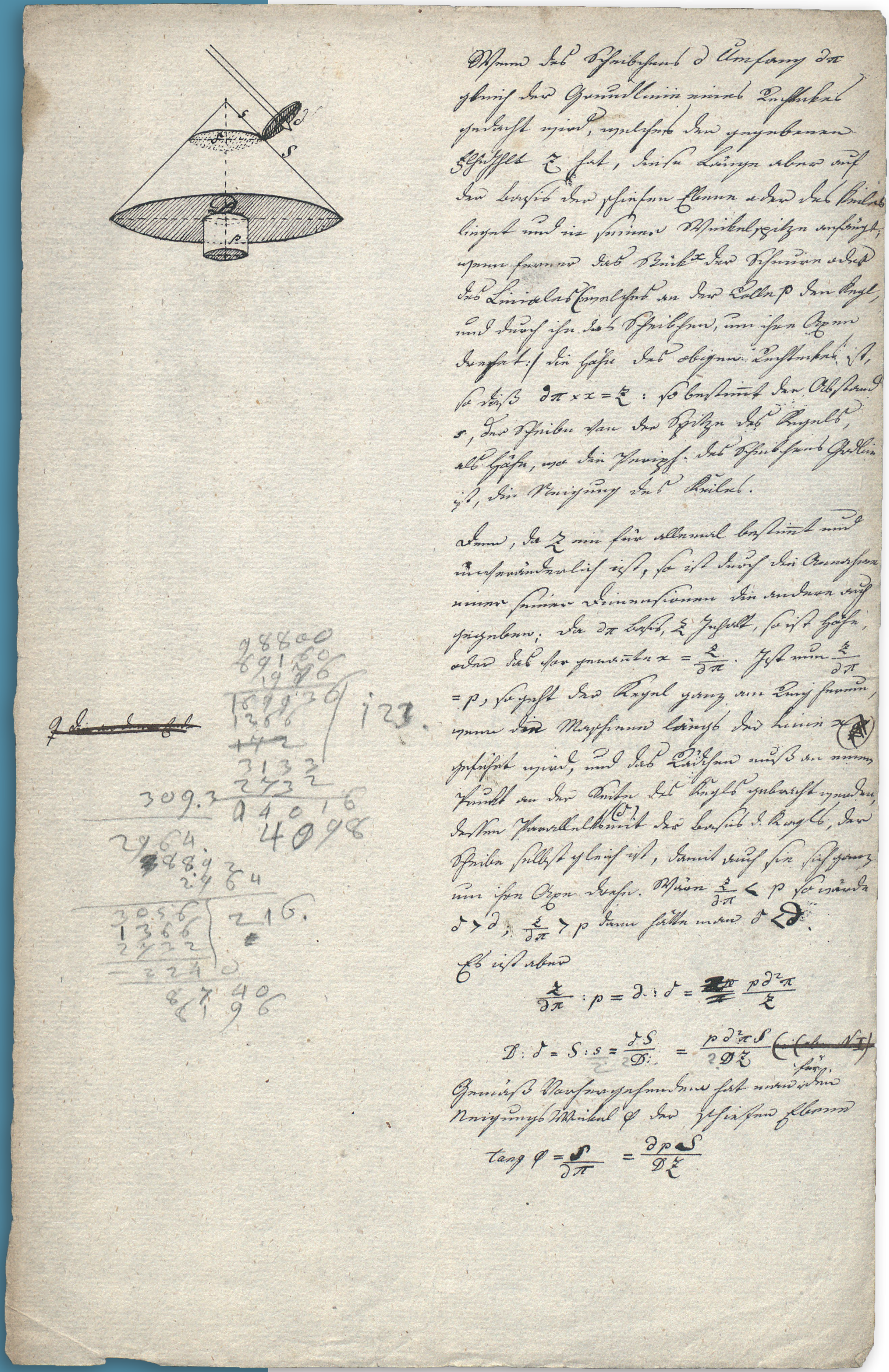


Abb. 39: Auszug aus dem Manuskript

mal mehr das fordert, sondern ein passendes x aus $d\pi x = Z$ bestimmt. Z ist als Flächeninhalt angesetzt, wohl in Maßen der Zeichnung; wir schicken das an dieser Stelle voraus, da zum einen spätere Dokumente die Maße 'aus der Wirklichkeit' benutzen, wodurch zusätzliche Umrechnungsfaktoren auftauchen; zum anderen, weil Z später – genauer: bereits im nächsten Dokument, das wir als später einstufen – eine etwas andere Bedeutung erhält

Die erste Proportion ist nach δ aufgelöst: $\delta = pd^2\pi/Z$, die zweite unter Benutzung der ersten nach s : $s = pd^2\pi S/DZ$. s ist der Abstand des Berührkreises von gleichem Durchmesser wie der des Rädchens, gemessen längs der Mantellinie von der Spitze des Kegels (wie die obige Zeichnung zeigt). Die Grundlinie des Keils in Höhe dieses Berührkreises ist $d\pi$, die Höhe s, also ist $s/d\pi$ der Tangens des Winkels vom Keil, richtig ausgerechnet zu dpS/DZ. Hier endet der Text, und wir werden sehen, dass Hermann im nächsten Text anders vorgeht, insbesondere was die Dimensionierung des Kegels angeht.

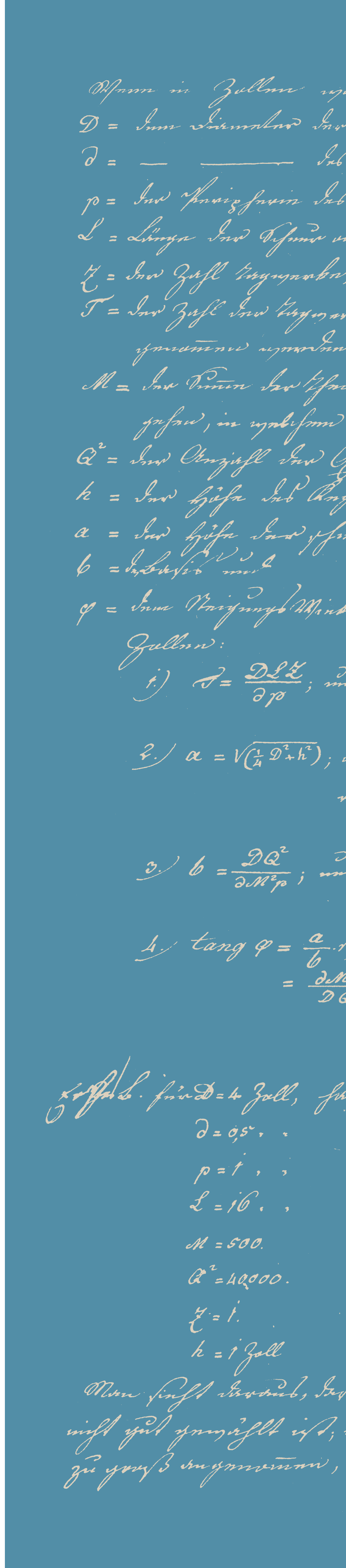
Wesentliche Dimensionen und Geräteparameter finden sich jedoch schon hier; schließlich sind die drei konstituierenden Teile des Integriermechanismus schon beschrieben: Kegel, Rädchen, Keil. [Nochmals vorgreifend: das <u>Verhältnis</u> ist entscheidend, nicht die effektiven Werte von s bzw. $d\pi$; was hier noch durch s geleistet wird, übernimmt später a, die Höhe des Keils; was durch $d\pi$, das übernimmt b, die Länge der Basis des Keils].

In einem nächsten Schritt zeigen sich jetzt auch die physischen Dimensionen des Mechanismus:

[4]

<Formeln zur Dimensionierung des Planimeters, ohne Datum>

Wenn in Zollen was immer für eines Fußes
D = dem Diameter der Basis des Kegels;
d = ____ __________ des Rädchens, das an dem Kegel rollt;
p = der Peripherie des Zylinders am Kegel;
L = Länge der Schnur oder Kette (so weit der Zylinder an ihr bewegt wird);
Z = der Zahl Tagwerke, welche ein Umlauf des Rädchens machen soll;
T = der Zahl der Tagwerke, welche bei einer Stellung der Maschine abgenommen werden können;
M = der Summe der Theile, welche von dem Maaßstabe auf einen Zoll gehen, in welchem die zu berechnende Figur gezeichnet ist;
Q^2 = der Anzahl der Quadratfuße, welche ein Tagwerk ausmachen;
h = der Höhe des Kegels;
a = der Höhe der schiefen Ebene [<hinzugesetzt:>] resp. des Winkels
b = der Basis und
φ = dem NeigungsWinkel derselben gesetzt wird, so hat man in Zollen:



1.) $T = \frac{DLZ}{dp}$; *und dp : T.*

2.) $a = \sqrt{\frac{D^2}{4} + h^2}$; *d. i. beständig gleich der Seite des Kegels, und wenn er rechtwinklig,*

3.) $b = \frac{DQ^2\,[Z]}{dM^2 p}$; *so wird* $a = D\sqrt{\frac{1}{2}}$.

4.) $\text{tang}\,\varphi = \frac{a}{b} \cdot r$; *und* $M : Q = \frac{D[Z]}{dp} : b$.

oder wenn man a, b vorher nicht hat,

$= \frac{dM^2}{DQ^2\,[Z]} \sqrt{\frac{D^2}{4} + h^2}$, *und für den rechtwinkligen Kegel hat man*

$\text{tang}\,\varphi = \frac{dM^2 p}{Q^2\,[Z]} \sqrt{\frac{1}{2}}$

Erstes B. für

$D =$	4 Zoll, hat man
$d =$	0.5 ″,
$p =$	1 ″,
$L =$	16 ″,
$M =$	500.
$Q^2 =$	40 000.
$Z =$	1.
$h =$	1 Zoll

1.) $T = \frac{4 \cdot 16 \cdot 1}{0.5 \cdot 1}$ = 128 Tagwerke

2.) $a = \sqrt{\frac{1}{4}}\ 16 + 1 = \sqrt{5}$ [Zoll]

3.) $b = \frac{4 \cdot 40\,000 \cdot 1}{0.5 \cdot 250\,000 \cdot 1}$ 1.28 Zolle

4.) $\text{tang}\,\varphi = \frac{\sqrt{5}}{1.28}$

Man sieht daraus, daß das hier angenommene Verhältniß der Theile nicht gut gewählt ist; daß vorzüglich die Peripherie des Zylinders, p zu groß angenommen, D, L, Z aber größer seyn dürften; d aber kleiner. |

2tes Beispiel. Es seye

$D =$	5 Zolle,
$d =$	0.5 ″,
$p =$	0.5 ″,
$L =$	20 ″,
$M =$	500.
$Q^2 =$	40 000.
$Z =$	1
$h =$	1

so ist

1.) $T = 400$ Tagwerk

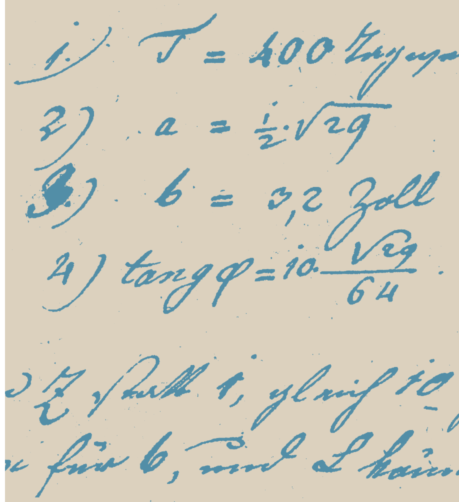
2.) $a = \frac{1}{2}\sqrt{29}$ [Zoll]

3.) $b = 3.2$ *Zoll*

4.) $\tan g\, \varphi = \dfrac{10\sqrt{29}}{64}$

Wenn Z statt 1, gleich 10 gesetzt würde, dann erhielte man eine größere Länge für b, und L könnte kürzer werden.

<Ende des Textes>



Auch hierzu einige erläuternde Bemerkungen. Formel 1.) ist so zu verstehen, dass T die maximale Anzahl von Tagwerken darstellt, die mit dem Instrument erfasst werden können. Bei dieser Interpretation ist die Formel unmittelbar plausibel: D/d ist das maximale Übersetzungsverhältnis von Kegel zu Rädchen; L/p ist das Übersetzungsverhältnis der Bewegung in der von L definierten Koordinatenrichtung zum Zylinderumfang, gibt also die Zahl der Drehungen des Zylinders (und damit des Kegels) an, wenn die gesamte Länge L "abgefahren" wird. Daher ist D/d · L/p die maximale Zahl von Umdrehungen, die das Rädchen machen kann, ohne das Gerät zu verändern; und da schließlich jede Rädchen-Umdrehung Z Tagwerke wert ist, muss diese maximale Zahl noch mit Z multipliziert werden – und so erhält man die maximal messbare Tagwerksanzahl T.

Formel 2.) sagt nun, dass die Höhe des Keils (oder: "der schiefen Ebene") immer gleich der Seitenkante des Kegels zu wählen ist. Daraus ergibt sich, dass der Keil schräg liegt und parallel zu der Fläche ist, die die ausgewählte Seitenlinie des Kegels (nämlich die, auf der das Rädchen sich mittels des Keils verschieben lässt) bei Verschiebung des Kegels beschreibt.

Formel 3.) mag auf den ersten Blick nicht sofort einleuchten; man macht sich ihre Entstehung (und damit auch die Tatsache des im Manuskript fehlenden, von uns in eckigen Klammern hinzugefügten Z) wohl durch folgende Überlegung am leichtesten klar: Der Keil sorgt dafür, dass das Rädchen sich längs einer Mantellinie von der Spitze des Kegels bis zur Basis des Kegels verschieben kann. Mit anderen Worten: die Basislänge b des Keils ist die Länge in der zu L senkrechten Koordinatenrichtung; b misst die längste der – von Hermann stets als "Höhe" bezeichneten – Strecken innerhalb des Instruments. Damit ist die maximale auf der Zeichnung überstreichbare Fläche ein Rechteck von der Fläche Lb. Es entspricht, rechnet man L und b in Zoll, einer Fläche von Lb · M^2 □', da M angibt, wie viele Fuß ['] der Realität auf einen Zoll ["] der Zeichnung gehen, also die Dimension Fuß pro Zoll ['/"] hat. Umgekehrt gibt nun Q^2 an, wieviel □' ein Tagwerk ausmachen, so dass LbM^2/Q^2 die Zahl der Tagwerke ist, die der Fläche Lb entsprechen. Aus Formel 1.) aber hat man diese Größe – es ist das dortige T – bereits unter Benutzung anderer Geräteparameter zu D/d · L/p · Z bestimmt. Gleichsetzen, Kürzen von L und Umstellen liefert dann für b den angegebenen Wert.

Dieser Text definiert übrigens die Bezeichnungen, wie sie nachher weitgehend beibehalten wurden. Einige Ungereimtheiten sind vorhanden: das verlorene Z im Zähler der Formel 3.), mit Auswirkungen auch auf Formel 4.), haben wir schon erwähnt. Dieses Versehen ist aber durch die hier noch durchgehende Verwendung von Z = 1 – siehe die beiden Beispiele – gut entschuldbar. In Formel 4.) ist zusätzlich dazu – und viel eher irritierend – ein "· r" hinter "a/b" eingeschmuggelt. Weder kann es mit dem Radius des Rädchens zu tun haben, noch macht ein weiterer Parameter hier unmittelbar Sinn.

Eine Anmerkung zu den verwendeten Maßen ist an dieser Stelle angebracht. Auch wenn Hermann von "Zollen was immer für eines Fußes" spricht und daher eine gewisse Allgemeinheit anstrebt, so ist die Anwendung doch auf das bayerische Kataster ausgerichtet. Ein bayerischer Fuß (1') entspricht 29.18592 cm, und er ist die Basisgröße, von der aus die übrigen – größeren oder kleineren – Maße abgeleitet werden. Es gelten daher die Beziehungen, die wir weiter vorne bei Zobel und Müller schon einmal aufgelistet haben, und die hier einfach noch einmal kurz resümiert seien:

[mm]	Rute (°)	Fuß (')	Zoll (")	Linien (''')	Scrupel ('''')
duodezimal	3502.310	291.859	24.322	2.027	0.169
dezimal	2918.592	291.859	29.186	2.919	0.292

Mit dem nun folgenden Dokument wird eine quasi endgültige Form des zentralen Bestandteils der Maschine, nämlich der Konfiguration und Dimensionierung von Kegel und Rädchen gefunden: der Kegel ist rechtwinklig, und die Maße sind – wie sich etwas später zeigen wird – nun "festgezurrt".

[5]

<Federskizze von Kegel und Rädchen, ohne Datum>

$R = 1.4$ *Zolle*	$Z = 10$ *Tagwerk*	$\mathfrak{R}\,x = 0.13$ *Zoll*
$\mathfrak{R} = 0.2$ ____	$Q = 200$ *Fuß*	$x = 0.58 \cdot 2r\pi M$
$r = 0.35$ ____	$M = 500$ ____ *<pro Zoll>*	$\rho = 0.6$ *Zoll*
$S = 1.98$ ____		$s = 0.85$ ____

Wenn der Umfang des Rädchens r gleich der Basis eines Rectanguli gesetzt wird, deßen Fläche gleich Z ist, so muß die Höhe dieses Rectanguli gleich seyn

$$x \cdot 2\mathfrak{R}\pi M$$

Des Rädchens Umfang ist

$$2r\pi M$$

also $$2r\pi M \cdot x \cdot 2\mathfrak{R}\pi M = Q^2 Z$$

woraus man erhält

$$x = \frac{Q^2}{M^2}\,\frac{Z^2}{4r\pi^2}$$

Ist x = 1, so ist der Umfang des Cylinders $\mathfrak{R}$ *= der Höhe; x > 1, die Höhe größer, und x < 1, die Höhe < als dieser Umfang, und das Rädchen wird in allen Fällen einen gewißen Kreis* ρ *am Kegel berühren, entweder ganz oder nur zum Theile. [<Später eingefügt:>] Es verhält sich*

$$x \cdot 2\pi\mathfrak{R}M : 2\pi\mathfrak{R}M = 2\pi r M : 2\pi\rho M$$

$$2\pi\rho M = \frac{2\pi\mathfrak{R}M \cdot 2\pi r M}{x \cdot 2\pi\mathfrak{R}M} = \frac{2\pi r M}{x}$$

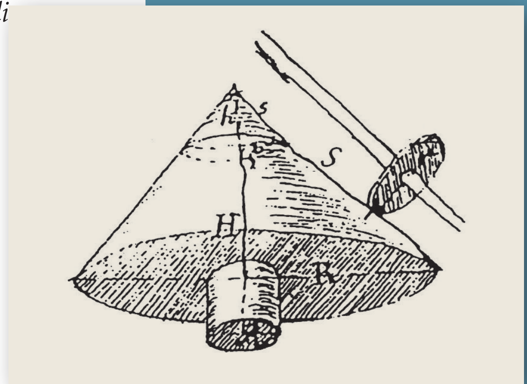
oder $$x : 1 = r : \rho \text{ und } \rho = \frac{r}{x}$$

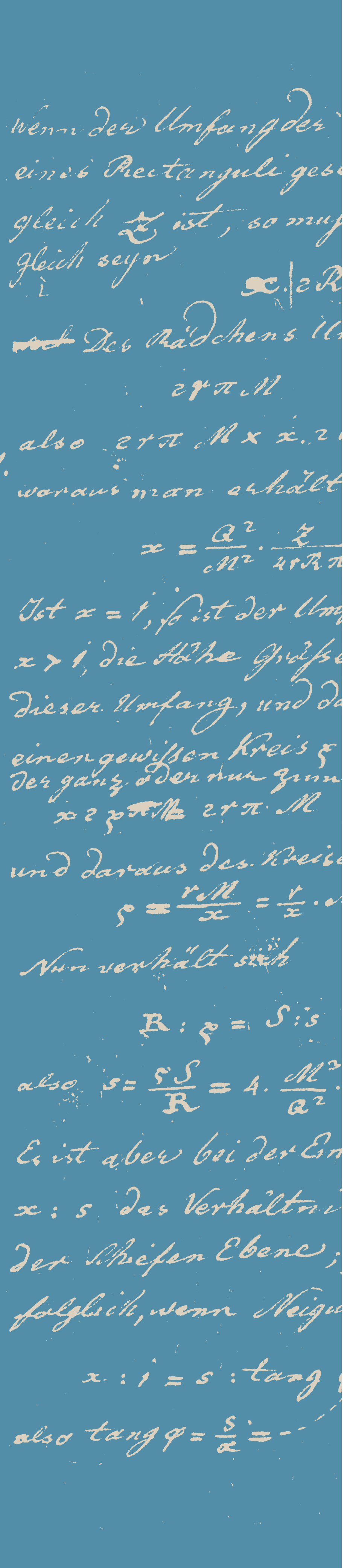
$$R : \rho = S : s \text{ und } s = \frac{S\rho}{R}$$

[<Ende der späteren Einfügung>] [Es gilt also]

$$x 2\rho\pi M = 2r\pi M$$

Abb. 40: Federskizze von Kegel und Rädchen





und daraus des Kreises am Kegel Radius

$$\rho = \frac{rM}{x} = \frac{r}{x}\,M = \frac{4M^3\pi^2r^2\mathfrak{R}}{Q^2Z}\,.$$

Nun verhält sich

$$R:\rho = S:s$$

also $$s = \frac{\rho S}{R} = \frac{4M^3\pi^2r^2\mathfrak{R}S}{Q^2RZ}\,.$$

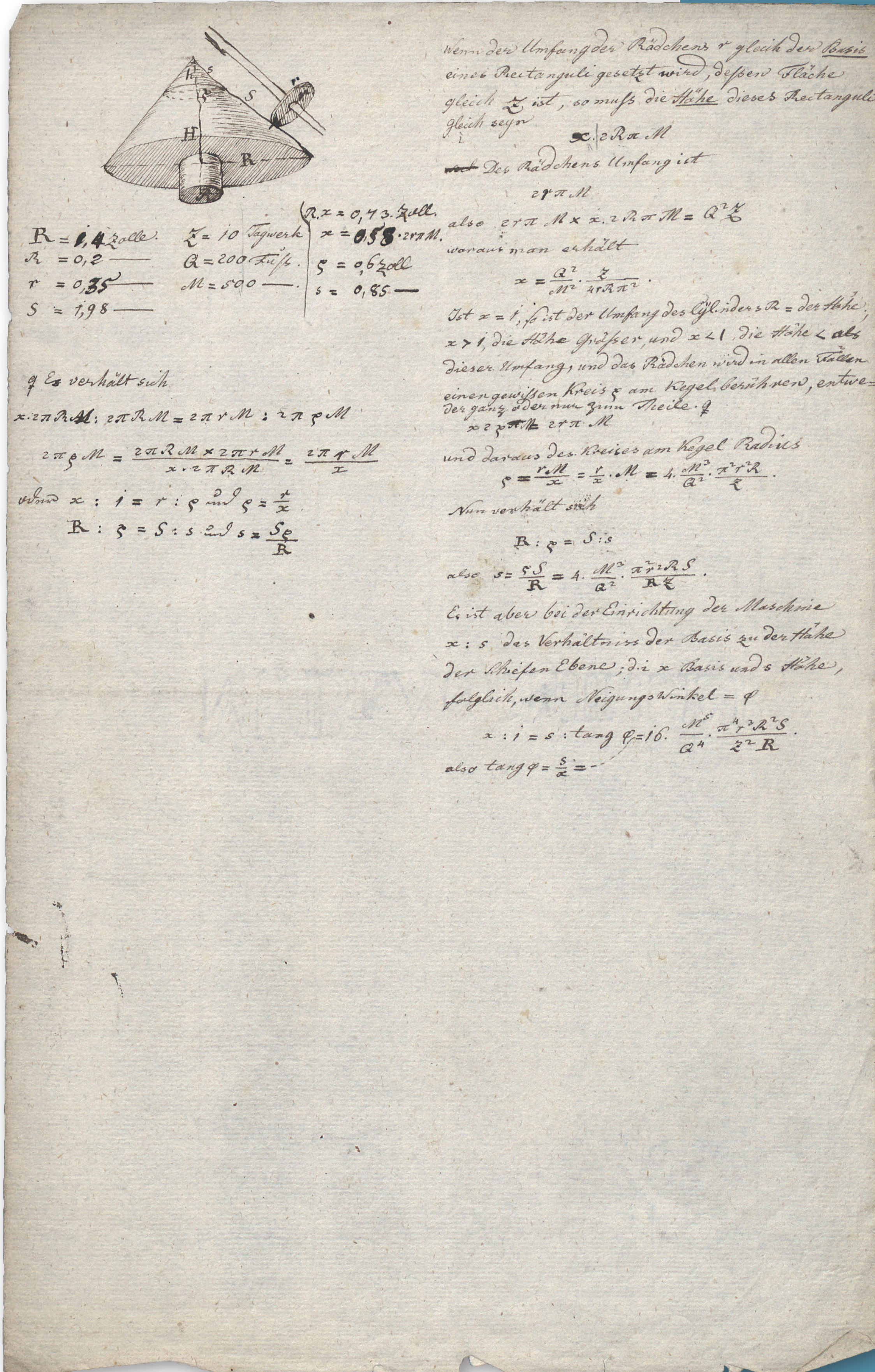
Es ist aber bei der Einrichtung der Maschine $x:s$ das Verhältniss der Basis zu der Höhe der schiefen Ebene; d. i[.] x Basis und s Höhe, folglich, wenn NeigungsWinkel $= \varphi$

$$x:1 = s:\mathit{tang}\,\varphi = \frac{16M^5\pi^4r^3\mathfrak{R}^2S}{Q^4Z^2R}$$

also $$\mathit{tang}\,\varphi = \frac{s}{x} =$$

<Ende des Textes>

Abb. 41: Auszug aus dem Manuskript



wenn der Umfang der Rädchens r gleich der Basis eines Rectanguli gesetzt wird, dessen Fläche gleich Z ist, so muss die Höhe dieses Rectanguli gleich seyn

$$x \cdot 2R\pi M$$

Des Rädchens Umfang ist

$$2r\pi M$$

also $2r\pi M \times x \cdot 2R\pi M = Q^2 Z$

woraus man erhält

$$x = \frac{Q^2}{M^2} \cdot \frac{Z}{4rR\pi^2} .$$

Ist $x = 1$, so ist der Umfang des Cylinders R = der Höhe; $x > 1$, die Höhe grösser, und $x < 1$ die Höhe < als dieser Umfang, und das Rädchen wird in allen Fällen einen gewissen Kreis ϱ am Kegel berühren, entweder ganz oder nur zum Theile.

$$x\,2\varrho\,\cancel{\pi M} = 2r\pi M$$

und daraus des Kreises am Kegel Radius

$$\varrho = \frac{rM}{x} = \frac{r}{x} \cdot M = 4 \cdot \frac{M^3}{Q^2} \cdot \frac{\pi^2 r^2 R}{Z} .$$

Nun verhält sich

$$R : \varrho = S : s$$

also $s = \frac{\varrho S}{R} = 4 \cdot \frac{M^3}{Q^2} \cdot \frac{\pi^2 r^2 R S}{R Z}$.

Es ist aber bei der Einrichtung der Maschine $x : s$ das Verhältniss der Basis zu der Höhe der Schiefen Ebene; d.i. x Basis und s Höhe, folglich, wenn Neigungswinkel $= \varphi$

$$x : 1 = s : \tan \varphi = 16 \cdot \frac{M^5}{Q^4} \cdot \frac{\pi^4 r^3 R^2 S}{Z^2 R} .$$

also $\tan \varphi = \frac{s}{x} = -$

$R = 1{,}4$ Zolle. | $Z = 10$ Tagwerk | $R \cdot x = 0{,}73$. Zoll.
$R = 0{,}2$ —— | $Q = 200$ Fuss. | $x = 0{,}58 \cdot 2r\pi M$.
$r = 0{,}35$ —— | $M = 500$ ——. | $\varrho = 0{,}6$ Zoll
$S = 1{,}98$ —— | | $s = 0{,}85$ ——

Es verhält sich

$$x \cdot 2\pi R M : 2\pi R M = 2\pi r M : 2\pi \varrho M$$

$$2\pi\varrho M = \frac{2\pi R M \times 2\pi r M}{x \cdot 2\pi R M} = \frac{2\pi r M}{x}$$

oder $x : 1 = r : \varrho$ und $\varrho = \frac{r}{x}$

$R : \varrho = S : s$ und $s = \frac{S\varrho}{R}$

Hier muss man nachrechnen, um zu sehen, was sich gegenüber den Beispielen 1 und 2 aus [4] verändert hat. Das ist an dieser Stelle jedoch nur sinnvoll möglich, wenn man Kenntnisse aus [6] hier bereits einbringt: Denn der so unschuldig "glatte" Wert von $\mathfrak{R} = 0.2$ für den Radius des antreibenden Zylinders hat es doch in sich.

Es ist nämlich nicht nur der einfache Wechsel zur [einheitlichen] Angabe von Radien statt Durchmessern und Umfängen, der hier stattfindet. Tatsächlich führt Hermann hier eine Art Normierung ein, die auf dem einschlägigen Fall M = 500'/" (zur Beachtung: wegen der Verwendung von Dezimalfuß und Dezimalzoll ist das der Maßstab 1 : 5000), Q = 200'/Kantenlänge eines quadratischen gedachten Tagwerks beruht. Für diese Werte von M und Q hatte er beide seiner Beispiele aus [4] formuliert; das zweite Beispiel führt den maximalen T-Wert 400 ein, den wir auch in [6] treffen werden – hier, in [5], ist keine Angabe zu T zu finden. Am Ende des Textes [4] ist die Verwendung von Z = 10 bereits als erstrebenswert angedeutet; in [5] wie auch nachher in [6] ist sie explizit.

Setzt man die Werte für M, Q und Z in Beziehung, so sieht man Folgendes: Eine Rädchenumdrehung soll Z Tagwerke messen; dem entspricht in der Zeichnung eine Fläche von ZQ^2/M^2 $\square$" – in Zahlen $10 \cdot 200^2/500^2$ $\square$" = 1.6 $\square$". Ein Quadrat der Zeichnung mit Kantenlänge $\sqrt{1.6"} = 1.26491"$ ist also vom Gerät zu registrieren, damit sich das Rädchen einmal dreht. Nun hat Hermann stets eine der beiden Größen, die von ihm als "Basis" und "Höhe" bezeichnet werden, zu einer nicht präzisierten Längeneinheit gewählt, die im Gerät wiedergefunden werden soll. Bislang setzte er dafür den Umfang $d\pi = 2r\pi$ des Messrädchens an; jetzt aber wird der Umfang $p = 2\mathfrak{R}\pi$ des treibenden Zylinders "normiert", und zwar (aber das wird erst aus [6] so ganz deutlich) zu eben der oben hergeleiteten Kantenlänge $\sqrt{1.6"}$. Das liefert für den Radius $\mathfrak{R}$ den Wert $\sqrt{1.6}/2\pi" = 0.20132"$ – und in der von ihm gewählten Genauigkeit für die angeschriebenen Zahlen 'schrumpft' das zu der glatten Angabe 0.2. Etwas fatal ist es jedoch, dass Hermann offenbar auch dann noch diese gerundeten Werte verwendet, wenn er mit den von ihm hergeleiteten Formeln rechnet. So kommt es beim Nachrechnen zu Abweichungen gegenüber seinen Werten; in Wirklichkeit ist – zur Verdeutlichung erst auf der 5. Stelle hinter dem Dezimalpunkt gerundet – nämlich

$$\begin{aligned} &\mathfrak{R} = 0.20132 = \sqrt{1.6}\,/\,2\pi \\ &x = 0.57519 \\ &\rho = 0.60849 = r/x \\ &s = 0.86054 = \rho\sqrt{2}, \end{aligned}$$

sodass x zwar korrekt gerundet erscheint, aber $\rho = 0.61$ statt 0.6, und $s = 0.86$ statt 0.85 sein sollte. $2\mathfrak{R}\pi M$ ist also $500\sqrt{1.6} = 200\sqrt{10}$. Das hinter $x = 0.58$ hinzugefügte "$2r\pi M$" steht nur auf der rechten Seite; $x \cdot 2r\pi M$ liefert den Wert 632.46' (mit dem *exakten* x; mit x = 0.58 würde man jedoch 637.74' erhalten), und der ist unschwer als $200\sqrt{10}'$ zu erkennen, reproduziert also die Kantenlänge eines 10 Tagwerke umfassenden realen Quadrates. $\mathfrak{R}x$ ist falsch; statt 0.13 Zoll müsste 0.12 stehen, sowohl bei den Hermannschen gerundeten Werten, als auch bei den 'exakten'. Eigentlich also berechnet Hermann hier $2\mathfrak{R}\pi M = 200\sqrt{10}$ und $x \cdot 2r\pi M = 200\sqrt{10}$, und das Produkt beider liefert Z = 10 Tagwerk.

Was die Proportionen angeht, so schreibt Hermann sie auch hier "weiter", d. h. er löst z. B. die letzte Proportion nach ihrem letzten Glied tang φ auf und schließt das Ergebnis mit "=" an.

Hermann erhält ferner hier Unstimmigkeiten, die aus der Einbeziehung des Maßstabsfaktors M kommen. Einmal nämlich rechnet er unabhängig vom Maßstab, das andere Mal nicht. Ab seiner Berechnung "... daraus des Kreises am Kegel Radius" verwendet er nicht mehr $\rho = r/x$, sondern fälschlich $\rho = rM/x$; dies macht auch die folgenden Berechnungen inkompatibel mit dem Vorangegangenen. Gleiches passiert nochmals vor den letzten beiden Formeln: Hatte bis dahin $s/x2\mathfrak{R}\pi$ den Wert von tan φ gemessen, so ist es ab dann nurmehr $s/x = \tan\varphi$. Vielleicht bricht auch deshalb dieses Blatt relativ unvermittelt ab.

Richtig wären also

$$\rho = \frac{rM}{x} = \frac{r}{x} M = \frac{4M^2\pi^2r^2\mathfrak{R}}{Q^2Z},$$

$$s = \frac{\rho S}{R} = \frac{4M^2\pi^2r^2\mathfrak{R}S}{Q^2RZ} \text{ und}$$

$$x : 1 = s : \text{tang}\,\varphi = \frac{16M^4\pi^4r^3\mathfrak{R}^2S}{Q^4Z^2R}$$

*

Der unverhoffte Höhepunkt jedoch folgt jetzt: Zwar hatte Kunig eine kolorierte Zeichnung erwähnt und mitgesandt, und auch Bauernfeind hatte sie 1855 noch erwähnt (Bauernfeind 1855, 85), aber [damals: natürlich] nicht reproduziert. Erfreulicherweise ist diese Zeichnung erhalten geblieben; sie ist – wie man aus den Maßen und nach Korrektur eines kleinen Fehlers abliest – im Maßstab 1 : 1 gehalten und stellt einen Seitenriss des Prototyps dar. Die schon mehrfach in Skizzen und Maßen aufgetauchte rechtwinklige Form des Kegels findet sich hier genauso wieder wie die exakte Übereinstimmung mit den Maßen im vorangegangenen Dokument.

[6]

<links oben: Beschriftung der colorierten Zeichnung des Instruments>
<rechts unten: "Zeichnung v. Mechaniker Gottfried Sammeth", ohne Datum; darunter wiederum die Zeile "Anmerkg. v. K[uni]*g">*

Wenn gesetz[t] *wird*

Diameter der Basis des Kegels	*= D =*	*1400 ·* $\frac{5}{1000}$ *des bair Fusses*
_______ _____ *am Kegel rollenden Rädchens*	*= d =*	*350 ·* _____ ___ ___ _____
Peripherie des Cylinders am Kegel	*= p =*	*632 ·* _____ ___ ___ _____
Basis der schiefen Ebene	*= b =*	*5000 ·* _____ ___ ___ _____
Länge des Linials (oder der Schnur) welches den Cylinder am Kegel um seine Axe bewegt	*= L =*	*2500 ·* _____ ___ ___ _____
Anzahl der tagwerke welche <u>ein</u> Umlauf des Rädchens <u>d</u> geben soll	*= Z =*	*10 Tagwerk*
so ist T, oder die Zahl der Tagwerke welche mit unverrückter Stellung der Maschine abgenommen werden können	*= 400*	

Denn man hat aus der Construction der Maschine, wenn man Q = der Seite des Quadrats, das <u>ein</u> Tagwerk hält, setzt, und <u>M</u> die Zahl der Theile bezeichnet, welche von dem Maaßstabe (in dem die zu berechnende Figur gezeichnet ist) auf einen Zoll z. B. gehen:

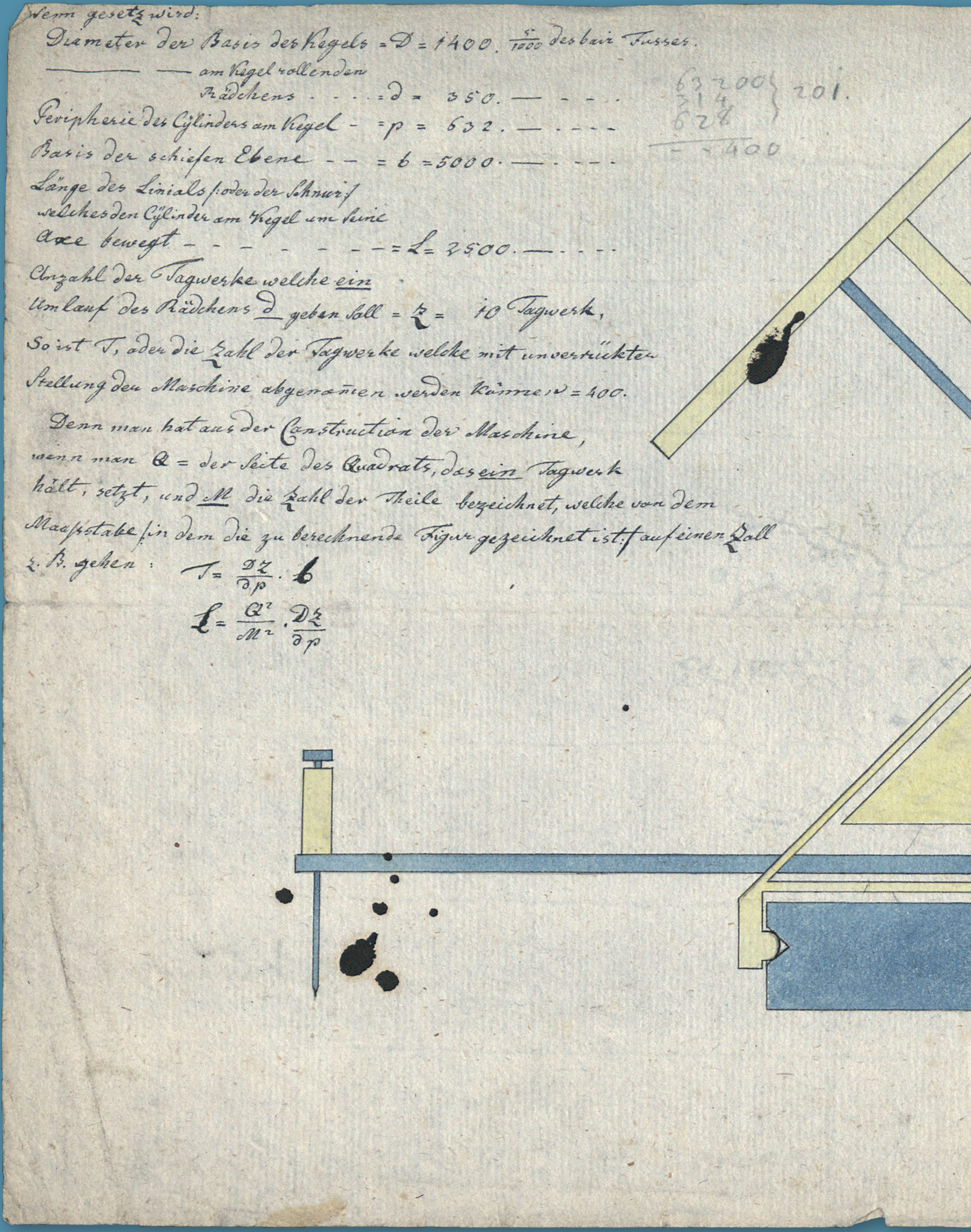
$$T = \frac{DZ}{dp}\, b$$ <recte: *L statt b*>

$$L = \frac{Q^2}{M^2}\,\frac{DZ}{dp}$$ <recte: *b statt L*>

<Ende des Textes>

Schon in der zweiten Zeile ist ein – allerdings leicht behebbarer – Schaden eingetreten: Rechnung und Vergleich zeigen sofort, dass nicht 1400 · $\frac{5}{1000}$ (also 1400 · $\frac{1}{200}$ = 7) eines bayerischen Fußes gemeint sind, sondern 1400 · $\frac{1}{5000}$ ("vierzehnhundert fünf-Tausendstel" <u>spricht</u> sich wie "vierzehnhundert Fünftausendstel"), und anderswo entsprechend. Andernfalls ergäbe sich ja auch ein Instrument von monströsen Dimensionen, mit etwa über 2 m Länge. Nimmt man hingegen diese Korrektur vor, dann sieht man ebenfalls

Abb. 42: Handzeichnung des Planimeters aus dem Manuskript



wenn gesetzt wird:

Diameter der Basis des Kegels $= D = 1400. \frac{5}{1000}$ des bair. Fusses.

——— ——— am Kegel rollenden Rädchens . . . . $= d = 350.$ — — . .

Peripherie des Cylinders am Kegel – $= p = 632.$ — . . . .

Basis der schiefen Ebene – – $= b = 5000.$ — . . . .

Länge des Linials (oder der Schnur) welches den Cylinder am Kegel um seine Axe bewegt – – – – – – – $= L = 2500.$ — . . .

Anzahl der Tagwerke welche ein Umlauf des Rädchens d geben soll $= z =$ 10 Tagwerk,

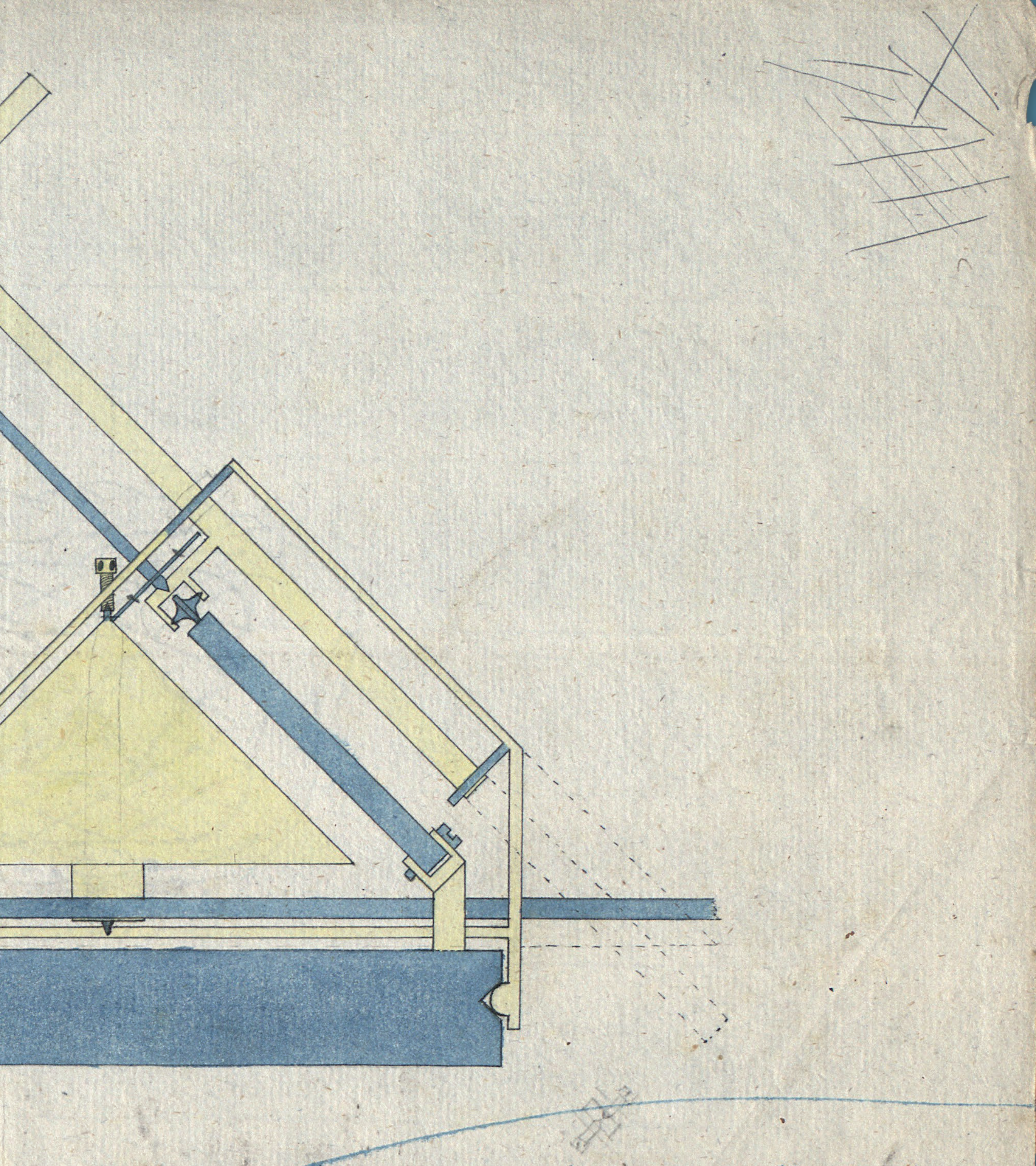
So ist T, oder die Zahl der Tagwerke welche mit unverrückter Stellung der Maschine abgenommen werden können = 400.

Denn man hat aus der Construction der Maschine, wenn man Q = der Seite des Quadrats, das ein Tagwerk hält, setzt, und M die Zahl der Theile bezeichnet, welche von dem Maaßstabe (in dem die zu berechnende Figur gezeichnet ist) auf einen Zoll z. B. gehen:

$$T = \frac{Dz}{dp} \cdot b$$

$$L = \frac{Q^2}{M^2} \cdot \frac{Dz}{dp}$$

632 00
314
628 } 201.
— 400



Zeichnung d. Mechanikus Gottfried Dammerth.
anerkg. v. Ka

sofort, dass die Originalzeichnung im Maßstab 1:1 gehalten ist (nochmals zur Erinnerung: l bayerischer Fuß = 291.859 mm; die Kegelbasis ist also z. B. 81.72 mm im Durchmesser, was eine zumindest in den Größenverhältnissen originalgetreue Rekonstruktion der Maschine ermöglicht).

Das "b" der vorletzten Formel ist (fast) sicher falsch; in Dokument [4], Formel 1.) für T steht stattdessen "L". Ursprünglich stand auch in dem vorliegenden Dokument [6] ein "L" [gerade noch erkennbar], das anschließend mit "b" überschrieben wurde. Dementsprechend ist das "L" der nächsten Formel wohl durch "b" zu ersetzen; auch hier wurde der ursprüngliche leider nicht mehr identifizierbare – Buchstabe durch das "L" überschrieben. Tut man dies, so erhält man die Formel 3.) für b aus [4] zurück – und sogar mit dem dort vergessenen Z im Zähler. Es könnte aber auch sein, dass L und b einen Bedeutungswandel hinter sich haben, der durch die vorliegenden Dokumente nicht nachgewiesen oder rückverfolgt werden kann.

Die Werte für Q und M sind nicht explizit angegeben; sie werden für Q 200, bzw. für M 500 betragen haben – also "wie üblich" gewesen sein.

*

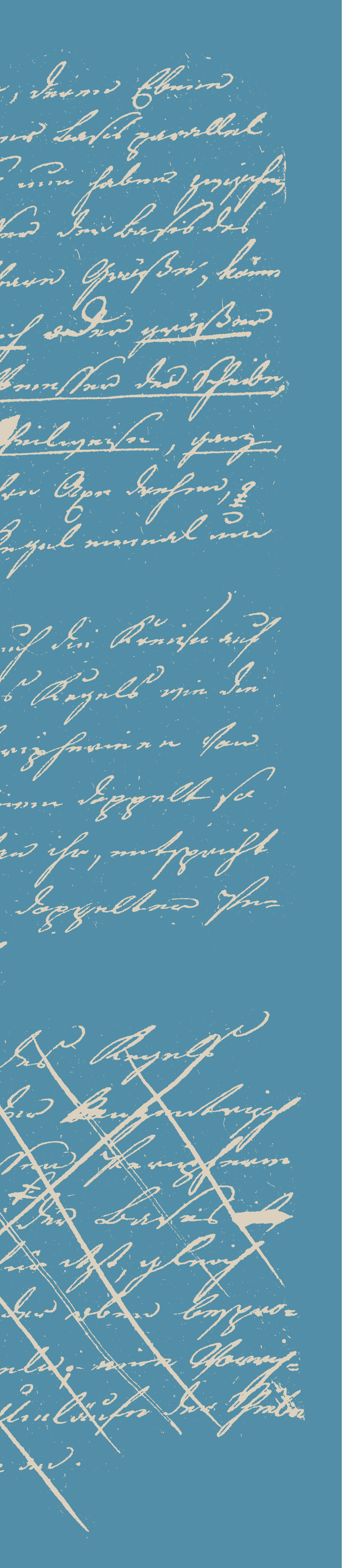
Mit dem konkreten Objekt in der Hand, oder zumindest im Entstehen, konnte man es sich überlegen, ob nicht der Dienstherr über das schöne Ergebnis informiert werden sollte. Dazu diente wohl die folgende von Hermann unterzeichnete Eingabe, die jedoch – wie wir sehen werden – Entwurf blieb. Aber aus diesem Entwurf erfahren wir nochmals mehr über die näheren Umstände der Entdeckung:

[7]

<Entwurf der Eingabe von Hermann und Lämmle, 7.4.1817>
<wohl oder eventuell von Hermanns Hand; nicht bei Bauernfeind 1855>

Königlich Baierische unmittelbare
Steuer Kataster Kommission!

Schon vor dritthalb <heute: *zweieinhalb.* JF> *Jahren (im Herbste 1814) kam* [ich] *nach andauerndem angestrengtem Nachdenken auf einen Mechanism, vermittelst welchem durch bloßes Herumführen eines Stiftes auf der Gränzlinie von was immer für einer, in einer Ebene begrenzten Figur ihr Flächeninhalt, in jedem beliebigen Maaße, und in welchem Maaßstabe die Figur auch gegeben seye, in einer Schärfe und Zuverläßigkeit gefunden werden kann, wie sie nicht genauer durch die gewöhnliche Zahlenrechnung zu erhalten sind. Da ich aber in der praktischen Mechanik Laie bin, so konnte ich von mir nie erwarten, daß ich die erforderlichen Bewegungen, Formen und Lagen der Theile untereinander auf die möglichst beste Art werde ein-*



richten können, was einem Praktiker ein Leichtes ist, und, wenn ihm die Idee gegeben ist, recht eigentlich für ihn gehört.

Ich wendete mich sofort an einen solchen, entdekte ihm die Idee und gab ihm in einer Zeichnung die Gestalt, Lage, Größe und Verbindung der Haupttheile, nebst Angabe ihrer Bewegungen und der Wirkung derselben, unter der vortheilhaften Bedingung: wenn er den Hilfmechanism möglichst vollkommen herstelle, oder sonst wesentliche Verbesserungen anbringe, er mit mir gleichen Antheil an der Maschine haben solle. Er übernahm den Bau, eilte aber mit der Ausführung nicht, so daß ich nach einem halben Jahre zu glauben anfing, er müße mich nicht verstanden haben, aus der Zeichnung, weß|wegen ich zur bessern Versinnlichung ein Model von Holz fertigte und ihm übergab. Beim Empfang gestand er wirklich das, was ich vermuthete, und versprach nun sogleich den Bau zu beginnen. Da aber dessen ungeachtet zu Ende des letzt verflossenen Jahres [1816] *noch nichts ins Werk gesetzt war, so forderte ich von ihm Model und Zeichnung zurück, die ich wider Erwarten auch erhielt, mit dem Beifügen, im itzt laufenden Jahre würde er den Bau ganz sicher unternommen haben.*

Ein gleiches Schicksal würde diese nützliche Erfindung wahrscheinlich bei einem anderen Mechaniker gehabt haben, dem ich sie wieder übergeben haben würde, wenn ich nicht zufälliger Weise mit dem, alles Nützliche mit Kraft und Thätigkeit unterstützenden, k. Steuer-Rathe, Herrn v. Laemmle, hierüber zu sprechen gekommen wäre, und nicht das Glück gehabt hätte ihm Zeichnung und Model vorzeigen zu dürfen, welchem der Gedanke gefiel, und theoretische Richtigkeit, so wie praktische Ausführbarkeit und vortheilhafte Anwendung einleuchtete.

In Bedacht welchen großen Nutzen diese Maschine dem SteuerRektifikationsGeschäfte in gehöriger Ausbildung gewähren würde, verwendete der k. Steuer-Rath Tit. Herr v. Laemmle von nun an den größten Theil der Zeit, welche ihm seine AmtsGeschäfte übrig ließen, auf ihre mechanische Ausbildung und Vervollkommnung, die durch ihn so weit gediehen ist, daß in kurzer Zeit, die nun in Arbeit stehende Maschine zum Gebrauch fertig seyn wird.

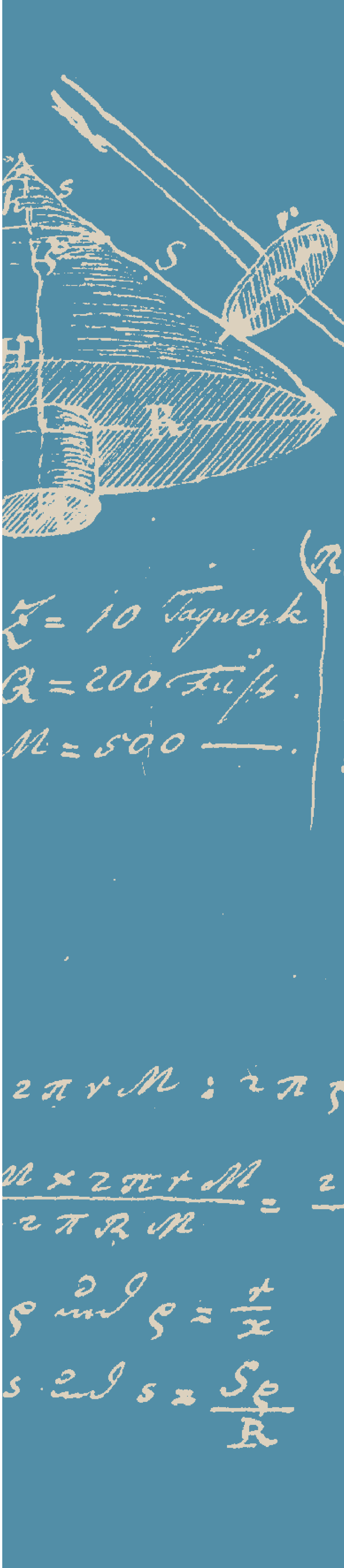
Da die itzige zweckmäßigere Lage der Theile und beinahe | ganze äußere Form, so wie die Vorrichtungen zu Korrektionen und leichter Bewegbarkeit der Maschine, durch die unermüdete Theilnahme des Tit. Herrn Steuer-Rathes v: Laemmle entstanden sind, und dadurch die Maschine wesentliche und nothwendige Verbesserungen erhalten hat, so sehen wir sie als unser gemeinschaftliches Werk an, und finden uns verbunden, sie der königl. unmittelbaren Steuer-Kataster Commission zur Prüfung, und nach deren Gutfinden zum Gebrauche gehorsamst anzutragen.

Wir sind indessen weit entfernt zu glauben, daß das Instrument schon in seiner möglichst größten Vollkommenheit da stehe, sondern sehen es vor der Hand nur für ein Model, oder ersten Versuch der Ausführung an, der aber jedoch hinlänglich seine Brauchbarkeit und seinen Nutzen zeigen wird. Denn man erhält den Flächeninhalt jeder Figur so geschwind, als sie vermittelst der Kopiermaschine kopiert werden kann.

Wir haben sie daher Tit. Herrn Salinen Rath von Reichenb[a]*ch gezeigt, und ihn um den Bau ersucht, den er auch, da er ihre Einrichtung so schön als richtig fand, in größt möglichster Vollkommenheit zu übernehmen versprach, und sich sehr dafür interessirte. Da er aber auf der Stelle keine Zeit hierauf verwenden kann, so entschlossen wir uns die Ausführung durch einen minder geschickten Arbeiter unter unserer Leitung machen zu lassen.*
In Anhoffnung willkommener Aufnahme unseres nützlichen Antrages verharren wir in schuldiger Ehrfurcht zu seyn

der
Königl. Baierisch. unmittelbaren Steuer Kataster Commission
unterthanigst treu gehorsamste
<*Unterschrift*[en; nur von "Mart. Hermann"]>
München den 7^{ten} *April 1817.*
<*Ende des Textes*>

Bauernfeind stützte sich jedoch nicht auf diesen Entwurf, erwähnte und zitierte ihn sogar nicht einmal, sondern druckte – in vieler Hinsicht verständlich – den tatsächlichen und endgültigen Wortlaut der Eingabe ab. Da auch diese Version die in den weiter zurückliegenden Dokumenten nicht "sichtbaren" Fakten in gleicher oder ähnlicher Form enthält, und für die Datierung, die Bemühungen um die Herstellung eines Prototyps, usw. von größter Bedeutung ist, ist es auch verständlich, dass Bauernfeind sich hier nicht mehr auf die auszugsweise Wiedergabe beschränkte, sondern den Text – wohl – fast vollständig abdruckte. Das einschränkende "wohl" ist geboten, denn ebenso, wie das Vorfinden eines Hermannschen Eingabe-Entwurfs im Nachlass Bauernfeinds eine Überraschung ist, so kommt das Fehlen[!] der *tatsächlichen* Eingabe – die Bauernfeind doch offenbar vorlag – dann gleichermaßen unerwartet. Aus diesem Grund setzen wir als folgendes "Dokument" einfach den Wortlaut bei Bauernfeind 1855, 83-84. Eine Einleitung über die Wichtigkeit des Planimeters wurde aber – von Bauernfeind – unterdrückt. Das ist schade, denn in den unterdrückten Teilen findet sich die (ausnahmsweise und als einzige doch aus der Einleitung mitgeteilte) nette Passage, dass die Verfasser der Eingabe "die glückliche Erfindung einer neuen Flächenberechnungsmaschine [anzeigen], welche sich von anderen ähnlichen Werkzeugen dadurch unterscheide, dass sie bloß durch das Herumführen eines Stifts an der Peripherie jeder beliebigen Figur den Flächeninhalt derselben in welchem Maaßstabe immer eben so schnell angeben, als der Lithograph durch eben diese Manipulation die Planfiguren auf den Stein zeichne."



[8]

*<Wortlaut der tatsächlichen Eingabe vom 10. April (*recte*: 7.) nach Bauernfeind 1855, 83-84 – Auszug>*

Die Geschichte dieser Erfindung ist folgende. Der Trigonometer Hermann entdeckte bereits im Herbst 1814 durch angestrengtes Nachdenken das Gesetz einer Bewegung, die mit dem Flächeninhalte der Figuren, um welche diese geschieht, im Verhältniß steht. Diese Idee sammt Zeichnung vertraute dieser dem Geodäten Joseph Miller und wollte mit ihm die Ehre der Erfindung theilen, wenn dieser die Maschine verfertigen würde. Dieser Miller machte die Maschine nicht und Hermann war genöthigt, von ihm die Zeichnung und das zur Erleichterung mitgetheilte Modell wieder abzuverlangen. Im Herbste des Jahres 1815 entdeckte der Steuerrath Lämmle in der Kegelschnittslehre ebenfalls eine vortheilhafte Multiplications- und Divisions-Methode und verwendete den jüngst verflossenen Winter [d. h. wohl 1815/16? Oder doch erst 1816/1817? JF] *seine Ruhestunden dazu, diese durch eine Maschine in Wirklichkeit zu setzen. Gegenseitige Mittheilung unserer Ideen führte endlich zum Zweck, und der Steuerrath Lämmle bemerkte gar bald die ungemeinen Vorzüge, welche die Hermann'sche Methode hatte, verließ die Ausführung seines Vorhabens und verwendete sich lediglich für die Verbesserung der ersteren. Der Mechanismus ist nun gelöst und sehr einfach, doch fordert derselbe die Hand eines geübten Künstlers.*

Einestheils in dieser Hinsicht, anderntheils auch um der Maschine die größtmögliche Genauigkeit zu verschaffen, entdeckten wir am 29. März a.c. die Erfindung und Anordnung des Ganzen dem k. Salinenrathe v. Reichenbach in der Hoffnung, daß er die Maschine sogleich machen lassen werde. Obschon ihn die Lösung des Problems in Staunen setzte, entschuldigte er sich doch wegen vorhabender anderer Geschäfte, theils auch weil er dem Ganzen eine andere Gestalt geben wollte, die Verfertigung nicht sogleich vornehmen zu können. Dadurch und beseelt von der Begierde, die Maschine bald im Gange zu sehen, mußten wir zu dem Mittel schreiten, einstweilen ein gut gearbeitetes Modell des Ganzen unter unserer Aufsicht verfertigen zu lassen. Wir hoffen in einigen Wochen so glücklich zu seyn, dieses neue Product der k. Steuerkataster-Commission zur Würdigung und Prüfung vorlegen zu können.

Wir glauben überzeugt zu seyn, daß wir den Zweck unseres Vorhabens, der k. Steuerkataster-Commission eine große Kostenersparniß zu verschaffen, nicht verfehlen werden, und führen deßhalb nur noch an, daß wir die Erfindung auch dem k. Steuerrath und Astronomen v. Soldner entdeckten, welcher dem Ganzen seinen Beifall durch die Aeußerung zollte, daß er ehevor die Lösung dieses Problems für unmöglich gehalten haben würde.

<Ende des Auszugs aus Bauernfeind 1855, 83-84>

Wir entnehmen dem Eingabeentwurf und der tatsächlichen Eingabe nun eine Fülle von Informationen, unter anderem natürlich auch zum zeitlichen Ablauf. Dass der Text so formuliert ist, dass die Lösung des Problems auch schon in das Jahr 1814 fällt, ist natürlich eine Präzisierung zu der früheren Angabe, wonach sich Hermann im Herbst 1814 sich das Problem stellte, aber erst, nachdem er "nach vollendetem Geschäfte wieder in München war, und mehr diesem Gedanken nachhängen konnte", eine Lösung fand. Das hätte ja auch etwas später, z. B. 1815, sein können, aber sowohl der Entwurf als auch die endgültige Fassung der Eingabe legen sich auf 1814 fest.

Interessant ist aber auf jeden Fall die Figur des "Geodäten Joseph Miller", der von Hermann mit der Herstellung eines ersten Prototyps beauftragt wurde. Der Eingabeentwurf [7] hatte sich diskreterweise noch über den Namen des Mechanikers, den Hermann als ersten mit der Herstellung betraute, ausgeschwiegen; die Eingabe [8] hingegen wird deutlicher. Und wir gehen wohl nicht fehl, wenn wir in Joseph Miller jenen Joseph Müller vermuten, den wir schon aus der gleichzeitigen Flächenberechnungsmaschine von Zobel & Müller kennen. Ebenso wie für Hermann gelegentlich die Schreibweise Hörmann bezeugt ist, so ist zur damaligen Zeit der Unterschied zwischen Miller und Müller keinesfalls festgeschrieben. "Geodät" ist zwar einerseits eine feststehende Statusbeschreibung, wie wir aus der Vita von Hermann schon wissen, andererseits eine eher pauschale Berufsbezeichnung, trifft aber daher auf einen "Messung-Revisor", als den ihn das Titelblatt von Zobel & Müller bezeichnet, zweifelsohne zu. Entscheidend ist aber natürlich, dass Miller/Müller in der Schrift von Zobel und Müller als "Mechanikus" firmierte, und genau diese Eigenschaft ist es, die Hermann als "Laie" in der praktischen Mechanik dringendst brauchte. Und ähnlich wie Zobel scheint auch Hermann dem Verfertiger eines solchen Prototyps Miterfindungsrechte eingeräumt oder zumindest angeboten zu haben – dass es soweit nicht kam, weil dieser Millersche/Müllersche Prototyp wohl niemals angefangen, sicher aber nicht fertig wurde, ist natürlich auch klar.

Zu spekulieren, warum daraus nichts wurde, ist müßig – man wird die Dinge, die vor 200 Jahren passiert sind, niemals vollständig klären können. Wenn aber die Identität von Miller und Müller zutrifft, dann war Müller 1814 vermutlich vollauf mit den Arbeiten an der Zobel & Müller-Maschine beschäftigt, hatte also anderes zu tun oder zumindest andere Prioritäten. Dann muss aber auch noch die mögliche Konkurrenzsituation berücksichtigt werden: Die Maschine von Hermann war der Zobelschen Maschine haushoch überlegen – sie musste nur in der entsprechenden oder gleichen handwerklichen Qualität wie diese hergestellt werden (und diese Qualität ist hoch, wie man an der Ausführung der im Deutschen Museum befindlichen Maschine sieht). Der Eingabenentwurf von Hermann, der in dieser Hinsicht ergiebiger ist, lässt aber deutliche Zweifel daran erkennen, ob Miller/Müller – auch wenn er dort namentlich nicht genannt ist – die Hermannsche Maschine überhaupt verstanden hatte.

Jedenfalls – und das entnehmen wir auch nur Hermanns Entwurf – führten die Vernachlässigungen oder Verzögerungen dazu, dass allein zwei Jahre vergingen, bevor Hermann sich entschloss, die Pläne von Miller zurückzufordern; wir sind also Ende 1816 angelangt. In der Zwischenzeit war allerdings die Verbindung zu Lämmle ("bekannt durch die im Jahre 1819 gemessene Basis zwischen Speyer und Oggersheim": Bauernfeind 1855, 81) zustandegekommen, der neidlos anerkannte, dass die Hermannsche Lösung seiner eigenen klar überlegen war (wenn er denn tatsächlich eine Lösung hatte, was allein schon zu bezweifeln ist; wahrscheinlich handelte es sich nur um ein Näherungsverfahren). Von da an schien alles, wenn auch nicht glatt, so doch schnell voranzugehen:

Am 29. März 1817 versuchte man, Georg Friedrich von Reichenbach (1771-1826), den Instrumentenhersteller von Rang, für die Ausführung zu gewinnen. Wie jeder, dem die Hermannsche Ideenskizze vorgestellt wurde, staunte er allein über die Möglichkeit theoretisch exakter Flächenmessung, die er sicher für unmöglich gehalten hatte; die gleiche Ansicht vertrat ja auch von Soldner, den man ebenfalls über die Erfindung in Kenntnis gesetzt hatte. Als aber auch Reichenbach die Bittsteller vertröstete, machte man kurzen Prozess: Man beauftragte einen Mechaniker zweiter Wahl (vermutlich jenen Sammet, bei dem sich der Prototyp zum Zeitpunkt seines Ablebens befand), und schrieb am 7. April 1817 den ersten Entwurf, dann aber auch noch am gleichen Tag die Endfassung der Eingabe, in der man zwar nicht auf ein fertiges Modell, so doch auf seine in Kürze erwartete Fertigstellung verweisen konnte.

*

Ein Bericht in Form einer Eingabe erfordert eine Antwort, die denn auch postwendend erging. Sie ist bei Bauernfeind 1855, 85 vollständig abgedruckt, findet sich aber auch heute noch in seinem Nachlass wieder. Die Entschließung hat die Nr. 609, ist datiert vom 10. April 1817 (was ein Eingabedatum, wie es Bauernfeind angibt, vom ebenfalls 10. April wieder etwas unwahrscheinlich erscheinen lässt; außerdem nennt die Entschließung dafür den 7. April, so dass es sich bei dem 10. wohl um ein Versehen Bauernfeinds handelt), und hat folgenden Wortlaut (wir folgen dem Original; Bauernfeinds Wiedergabe ist damit gleichlautend, bis auf die Verwendung der damals in Bayern natürlich jedermann verständlichen Abkürzung "I. N. S. K. M. V. B"):

[9]

<Entschließung Nr. 609 vom 10.4.1817>

Im Namen
Seiner Königlichen Majestät
von Baiern

Aus dem gemeinschaftlich mit dem Trigonometer Hermann von dem dießseitigen Rathe Tit. Laemmle unterm 7ten dieß erstatteten Berichte hat die unterzeichnete Stelle mit besonderem Wohlgefallen die von denselben nach einer neuen Erfindung in Arbeit und Ausführung genommene Flächenberechnungs Maschine vernommen, und sieht dem vorzulegenden Modelle mit freudiger Erwartung entgegen und mit dem Wunsche, daß derselben Bemühungen einsweil durch die hievon zu hoffenden Resultate belohnt werden mögen.

Königliche unmittelbare SteuerCataster
Commission
Grünberger, Director

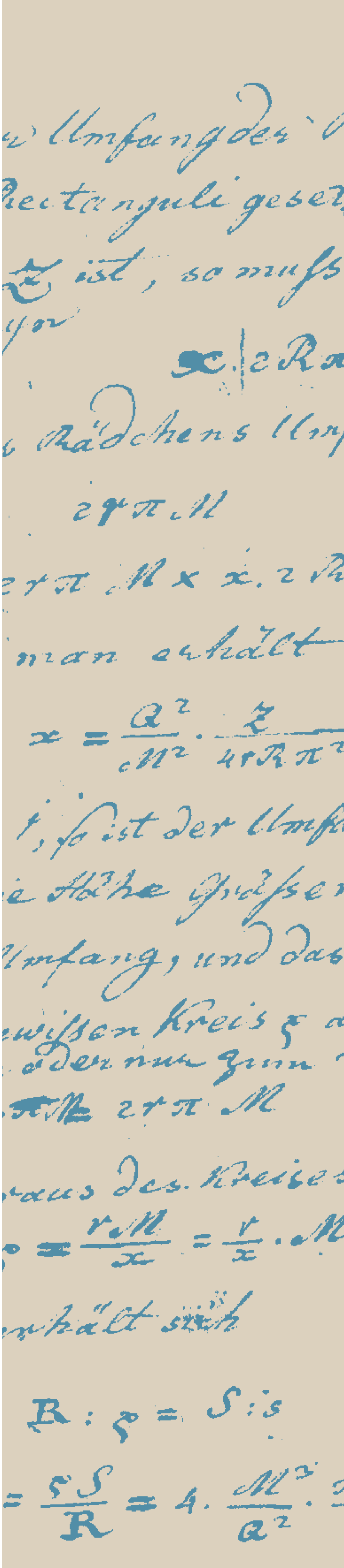
An
den k: Steuer-Rath
Tit. Laemmle
und an den Trigonometer
Hermann
deren erfundene Flächen-
Berechnungs-Maschine betref.

<Ende des Textes>

*

Wie ging es weiter? Einerseits ist offenbar, dass wenigstens ein Exemplar der Maschine 1817 im Bau war; andererseits zeigen gleichfalls noch vorhandene Blätter mit Notizen, dass offensichtlich im Jahr 1819 noch "experimentiert" wurde (Kegel aus Holz bzw. Metall; aufgerauhte Oberfläche bzw. glattgeschliffen), und dass – wie auch Bauernfeind diese Zahlen interpretiert – eine Genauigkeit von 1/400 erreichbar schien (Bauernfeind 1855, 85; ein noch erhaltenes Blatt mit Messungen trägt Daten vom Februar und vom 2. März 1819, ein weiteres vom 9., 10., 13. und 28. März 1819).

Diese Zahlen gehen auch, wie Bauernfeind hervorhebt, aus einem "nur theilweise vorhandenen Briefe Hermann's" hervor; diesem Brief kann man andeutungsweise aber entnehmen, dass die Maschine, ihre Konstruktion und Bedienung in gewissem Sinne kontrovers blieben. Der Tenor von Hermanns Brief (das erste Blatt fehlt; der Brief kam jedoch bereits ohne dieses erste Blatt in Bauernfeinds Besitz) macht dies auch ohne genaue Kenntnis manches Zusammenhangs möglich (Bauernfeind zitierte aus diesem Brief nur einen einzigen Satz; hier wird er natürlich vollständig – soweit eben erhalten – reproduziert):



[10]

<Ende eines 11-seitigen, 3-blättrigen Briefs, von dem das erste Blatt, d. h. die ersten 4 Seiten, fehlen; möglicherweise an Lämmle oder, wahrscheinlicher, Grünberger. Ohne Datum>

[...] *so wird der Punkt F bis in f' kommen müßen, wenn er das Rädchen wieder berühren soll, weil es, vermöge des Spielraumes in der Gabel, in die Richtung Af', rechterhand der Linie AC gekommen seyn muß. Da aber der Punkt F nicht weiter zurück geführt werden kann, als bis in die Linie CA in a, so hat beim Rückdrehen des Kegels ein Stückchen des Lagers FG, gleich af', das Rädchen nicht mehr berührt, und folgl. auch den Zeiger nicht mehr auf den Punkt zurückgeführt, auf dem er Anfangs stand.*

Ich brauche wohl das nämliche Euer Wohlgeborn in der Wiederholung nicht mehr zu erörtern, da es sichtlich ist, daß ein gleiches Stückchen bei jeder Rückbewegung des Kegels, und nicht mehr und nicht weniger ausgelassen werde, und daß somit dieser Fehler bei Flächenvergleichungen dadurch verbessert werden könnte, wenn man den Fehler so oft von dem Inhalte, den die Maschine zeigt, abzöge, so viele Rückbewegungen des Kegels erfolgt sind, während des Herumfahrens auf der | Gränzlinie der Planfigur.

Da sich bei allen angestellten Versuchen der Art die Differenzen stets gleich blieben, folgt ferner, daß weder die Schnure einen bedeutenden Einfluß auf die Genauigkeit der Maschine [habe], *noch daß das Rädchen an irgend einer Stelle des Kegels auslasse; – zwei sehr bedeutende Dinge! –*

Dieses Ausweichen der Axe des Rädchenwellbaumes glaubt Herr Kotz gänzlich unmerklich machen zu können, theils durch Verlängerung, u. die Form des Gabelarmes, theils durch genauern und zu gleich einfachem und festern Bau des Rädchengestelles. Denn er behauptet, es seye diese Vorrichtung mit Nachläßigkeit gemacht worden, wie er in allem itzt sehe, und schon während sie noch in Arbeit war gesehen habe. Er hat seinen Gedanken in anliegender Zeichnung ausgedrückt <diese Zeichnung fehlt allem Anschein nach. JF>, die er mir aber er[st] *gestern Abends aushändigte, welches auch die Ursache der Verspätung | meines Schreibens ist. An dem itzigen Rädchengefäß lasse ich nichts ändern, damit es seiner Zeit, wenn es Noth seyn sollte, wieder gebraucht werden kann.*

An Raum zu gehöriger und nothwendiger Verlängerung des Gabelarmes gebricht es keineswegs.

Die Kette greift die Rolle so wenig an, als die Uhrkette ihr Federhaus. Meine Taschenuhr ist einige dreißig Jahre alt, und ich kann an ihrem Federhaus nicht die mindeste Spur einer Verletzung durch die Kette wahrnehmen.

Euer Wohlgeborn bezweifeln ferner, daß die Maschine je einen größern Grad von Genauigkeit gewähren könne, als die K. K. notwendig habe. Schon itzt aber kann mit obiger Berücksichtigung des Fehlers allerwenigstens der Flächeninhalt im 5mtheiligen Maaße bis auf 0.01 genau angegeben werden, und die Zahlenrechnung lügt in diesem Maaßstabe bloß eine größere Genauigkeit. Uebrigens nimmt die Genauigkeit der Maschine im quadratischen | Verhältnisse der Größe des Maaßstabes zu, so daß beim 2500theiligen sie vier Male größer ist, als beim 5$^{\underline{m}}$theiligen, und folgl. wenn beim erstern 0.01, beim letztern 0.0025.

Für Zahlenrechnungen, sie mögen auch auf Potenzen von Milionen hinaufgehen, ist die Maschine weit leichter zu bauen, als zu Flächenvergleichungen, weil bei erstern die Größe des Raumes auf der Maschine nicht wie bei der letztern vorgezeichnet ist. Ich würde mir die Ehre geben, dieses auseinander zu setzen, wenn ich nicht ohnehin schon das Maaß eines Briefes überschritten hätte.

Gestern Vormittag ließ mich Ihre Frau Gemahlin zu sich rufen, und erzählte mir in Gegenwarth des Herrn Kotz, eigentlich letzterer erzählte mir in Gegenwarth der gnädigen Frau, die Forderung des Herrn Mechanikus Liebherr an ihn, worauf mir erstere gütigst das Schreiben von Euer Wohlgeborn hierüber lesen ließ. | Was ich aus dieser Forderung L.[s]*, aus dieser Denunciation des K. machen sollte und soll, das wußte und weiß ich noch nicht. – Die Maschine wurde ja ganz geheimnis- und arglos dem L. – gezeigt, in allen ihren Theilen, und von jedem auch der Zweck und die Verrichtung angegeben. Die Theorie von ihr nicht verheimlicht!? – Oder wann denn wurde ein Geheimniß daraus gemacht, sobald der Bau fertig war? – Meines Wissens* [von] *Niemand. L. hätte ja nur ein Wort zu parlieren gebraucht, um alles zu erhalten, was er gewünscht hätte! Oder denn nicht: Nachdem es bekannt ist, daß er die fertige Maschine gesehen, daß sie ihm erklärt worden sey, kann er ja doch auf keinen Fall mehr sagen, wenn er sie auch bauen sollte, er habe sie aus sich selbst, oder bloß aus dem Sagenhören gebaut. – Eine schicklichere und zweckdienlichere Einrichtung als sie durch Euer Wohlgeborn Anstrengung erhalten hat, giebt er ihr nach einjährigem Nachdenken auch noch nicht; er läßt höchstens ein Paar | Schräubchen aus und setzt dafür ein Paar andere. Ein Beweis daß L. die Maschine nicht versteht, liegt in seiner Forderung der Maaße derselben v. K., da in diesen die reinste Willkühr herrscht.*

Euer Wohlgeborn nehmen es mir gewiß nicht ungnädig, wenn ich offen und gerade heraus sage, wie ich denke, denn ich bin überzeugt, daß Sie dieses wünschen. So geschehe es denn.

Die gar zu große Sorgfältigkeit des Hr. K. will mir in diesem Falle nicht so ganz gefallen, denn ich mag das Ding aus einem Gesichtspunkte betrachten, vom welchem ich will, so kann ich halt nirgends so recht herausbringen, was es denn eigentlich seyn solle. Doch vielleicht weiß er's besser. Aber würde er *dann nicht besser gethan haben, wenn er L. nicht willfahren, sondern sich auf eine leicht denkliche und schickliche Art ausgeredet und dazu geschwiegen hätte? – als so viel Lärm – wie ich es ansehe – um Nichts | zuschlagen. Ich bitte wegen dieser Ausführung um gnädige Vergebung, vielleicht wird die Handlung des Hr. K. von Ihnen aus guten Gründen, die ich nicht wissen kann, anders betrachtet als ich sie eben betrachtet habe.*

Ich empfehle mich in Ihr gütiges Wohlwollen und fernere Wohlgewogenheit, danke Ihnen für die, für mich zu schmeichelhafte, Herablassung in Ihren gütigen Zuschriften gehorsamst, und verharre in schuldiger Hochachtung und Dankbarkeit zu seyn

Wohlgeborner Herr,
Hochgeehrtester Herr Steuerrath!

Euer Wohlgeborn

gehorsamster Diener
Joh. Mart. Hermann (Trigonometer)

<Ende des Textes>

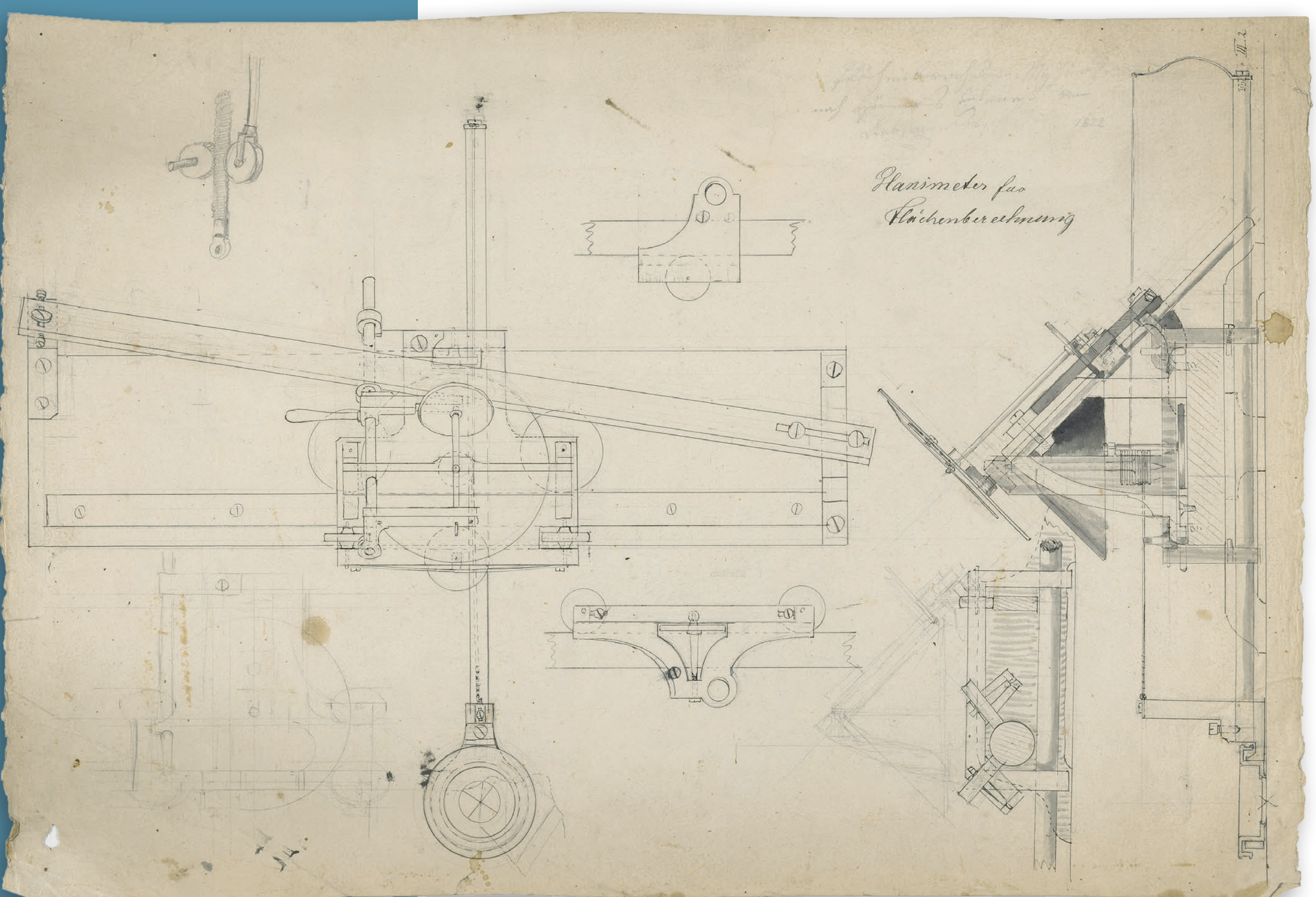


Abb. 43: Planimeterszizze aus dem Nachlass Liebherr

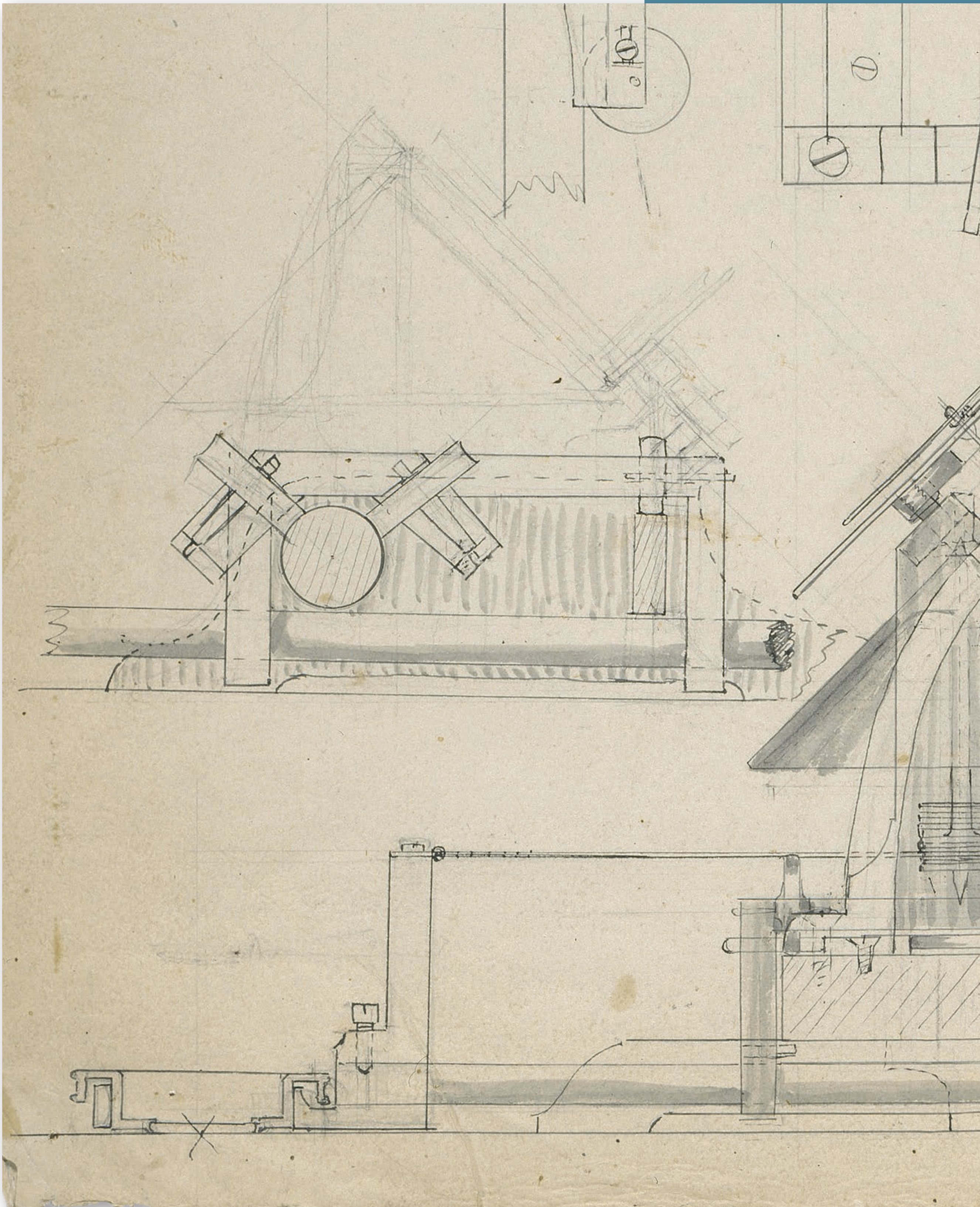
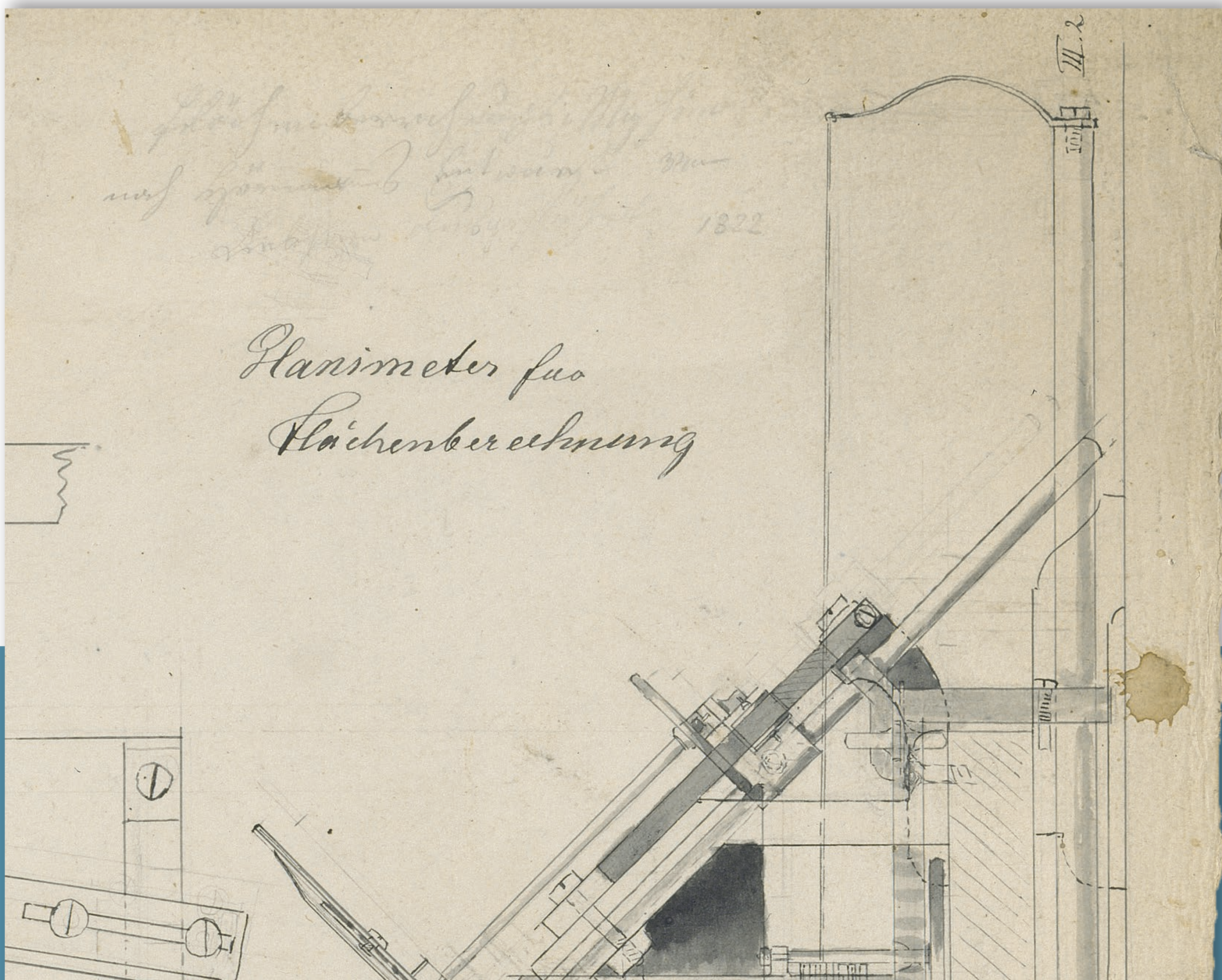


Abb. 44: Planimeterszizze aus dem Nachlass Liebherr (Detail)


Planimeter für
Flächenberechnung
1822
III. 2

Soweit sich ohne Kenntnis weiterer Zusammenhänge aus diesem Brief erschließen lässt, kam es anscheinend zu Differenzen, als der bekannte Mechaniker Josef Liebherr (1767-1840) offenbar eine eigene Version des Hermannschen Planimeters plante bzw. dabei war, ein solches Planimeter auch tatsächlich zu bauen. Auch hier hält das Deutsche Museum – diesmal allerdings im Liebherr-Nachlass – eine Skizze bereit, deren Auffinden und Identifizierung im Jahr 2006 Hartmut Petzold zu verdanken ist (vorige Seiten).

Man erkennt auf den ersten Blick, dass die Liebherrsche Ausführung zweifellos eine deutliche Verbesserung mit sich brachte; erwähnt seien hier z. B. die Rollen, die statt der im Prototyp skizzierten Gleitverbindungen vorgesehen waren und eine wesentliche Steigerung der Leichtgängigkeit bewirkt hätten; die Einführung eines Fadenkreuzes statt eines Fahrstifts; die Ersetzung des Keils durch einen schräg verlaufenden Streifen, was eine zusätzliche Justiermöglichkeit ergab, usw. Sie ist neben der deutlich sichtbaren Beschriftung "Planimeter für Flächenberechnung" – allerdings nur ganz schwach lesbar – beschriftet: "Flächenberechnungs Maschine nach Hörmanns Entwurf von Liebherr ausgeführt 1822", was nun wirklich die Frage aufwirft – "Hat es diese zweite Maschine wirklich jemals gegeben"? Sie kann bis heute nicht beantwortet werden.

Fazit

Man sieht die Entwicklung hin zu dem immer sicherer werdenden Umgang Hermanns mit dem zunächst vor den Augen, dann konkreter entstehenden Instrument; dies wird an einigen Details ganz deutlich. Da wäre zunächst die Dimensionierung einiger Umfänge/Durchmesser usw.: In [1] ist die Peripherie $d\pi$ des Rädchens noch gleich der Peripherie p des treibenden Zylinders, und da das Rädchen den Kegel in derjenigen Höhe berührt, wo der Berührkreis ebenfalls den Umfang $d\pi = p$ besitzt, so ist für eine Umdrehung des Rädchens p^2 an Fläche nötig. In [2] ist jetzt die Peripherie des Zylinders als gemeinschaftliche Grundlinie der Figuren gedacht; zwar tilgte Hermann diesen Absatz später, doch war das eben sein augenblicklich gültiger Gedanke. Über die Peripherie des Rädchens hingegen wird nichts gesagt. In [3] ist die Peripherie $d\pi$ des Rädchens als Grundlinie eines Rechtecks gedacht, Z als dessen Flächeninhalt vorgegeben. Und soll dieses Rechteck die durch eine Rädchenumdrehung angezeigte Fläche sein, so muss die Peripherie des treibenden Zylinders zu $p = Z/d\pi$ bestimmt werden. In [5] scheint dies noch variabel, da dort $2r\pi$, des Rädchens Peripherie, Grundlinie eines solchen Rechtecks ist, dessen Fläche wiederum Z betragen soll, und daraus $x2\rho\pi$ die Höhe sein muss. x führt eine gewisse Variabilität ein, denn es besagt im Grunde, dass es auf die tatsächliche Dimension von $2\rho\pi$ gar nicht ankommt, sondern ein passender Wert von x bestimmt wird.

Die Formel für die maximale Anzahl von Tagwerken, die mit dem Gerät gemessen werden kann, lässt sich auch einfacher und direkter angeben. Folgt man der Begründung im Anschluss an [4], so ist das maximal umfahrbare Rechteck von der Größe $L \cdot b$ (in □"), und dies entspricht ganz einfach $L \cdot b \cdot M^2/Q^2$ Tagwerk, wenn M der wie stets bei Hermann verstandene Maßstab (d. h. die Zahl der Fuß, die einem Zoll der Zeichnung entsprechen) ist, und Q^2 die Zahl der Quadratfuß eines Tagwerks. Mit der üblichen Wahl von M und Q,500 und 200, wird $M^2/Q^2 = 2.5^2 = 6.25$ (und entsprechend der Kehrwert $Q^2/M^2 = 0.4^2 = 0.16$).

Wie willkürlich die Dimensionierung einzelner Bestandteile des Mechanismus gewählt werden kann, zeigt sich an einer kurzen Nachrechnung der Funktionsweise des Geräts: Bewegt es sich um die Strecke (der Länge) X, sodass die Peripherie p des treibenden Zylinders während dieser Bewegung 'direkt' angetrieben wird, so ist natürlich

$$\frac{X}{p} = \text{Zahl der dabei vollführten Umdrehungen des Kegels.}$$

Hängt der Berührkreisradius hingegen vermittelst des Keils von Y, der Koordinate in der zu X senkrechten Richtung, ab, also $\rho = \rho(Y)$, und ist der Rädchenradius = r, so ist $\rho(Y)/r$ das Übersetzungsverhältnis der Drehungen des Kegels zu den Drehungen des Rädchens, und durch Kombination mit der Zahl der Drehungen des Kegels während einer Bewegung um die Strecke X erhält man

$$\frac{X}{p}\frac{\rho(Y)}{r} = \text{Zahl der insgesamt vollführten Umdrehungen des Rädchens.}$$

Nun ist unterstellt (bzw. durch den Keil sichergestellt), dass $\rho(Y)$ proportional zu Y ist, oder $\rho(Y) = c \cdot Y$ $(c > 0)$. Daraus hat man nun

$$c \cdot XY/pr = \text{Zahl der Umdrehungen des Rädchens,}$$

also proportional zu XY, der umfahrenen Fläche. p und r sind Gerätekonstanten, deren geschickteste Wahl ja unter Einbeziehung des Proportionalitätsfaktors c offenbar

$$\frac{c}{pr} = 1, \text{ also } c = pr$$

wäre: Denn dann würde man genau die Fläche der Zeichnung messen. In diesem Fall wäre ferner

$$\rho(Y) = prY.$$

Vollzieht man die Verschiebung des Berührpunkts über den Keil, und zwar so, dass bei Positionierung des Geräts auf den Koordinatenwert Y die Länge $\rho(Y) = prY$ ist, so muss die Neigung des Keils gegeben sein zu

$$\frac{s(Y)}{Y} = \frac{\sqrt{h(y)^2 + \rho(Y)^2}}{Y} = pr\sqrt{\frac{H^2}{R^2} + 1} = \tan\varphi.$$

Hier bezeichnet H die senkrechte Höhe des Kegels, R den Radius seines Basiskreises. Das maximale s(Y) ist S; zu ihm gehört das maximale Y, also b. Was jetzt S heißt, wurde von Hermann früher mit a bezeichnet – in den ersten Entwürfen, bis hin zu Dokument [4] –, sodass wir die Formel

$$\tan\varphi = \frac{a}{b} \text{ zurückgewinnen.}$$

Die gleiche Überlegung lässt sich ausführen, wenn man nicht die gezeichnete, sondern die von der gezeichneten repräsentierte Fläche in passenden Einheiten durch die Rädchenumdrehungen geliefert haben will. Dann geht X in $X \cdot M$, Y in $Y \cdot M$, und daher die Fläche in $XY \cdot M^2$ über. Durch Einbeziehung der Zahl der Quadratfuß eines Tagwerks, Q^2, und der Wahl der Zahl Z von Tagwerken, welche eine Rädchenumdrehung messen soll, erhält man z. B. für diese eine Umdrehung

$$Z = XY\frac{M^2}{Q^2} \qquad \text{oder} \qquad 1 = \frac{XYM^2}{ZQ^2}\ .$$

Daher hat man aus

$$c\frac{XY}{pr} = 1 = \frac{XYM^2}{ZQ^2} \text{ sofort } c = \frac{M^2pr}{Q^2Z}\ .$$

Mit dem gleichen Vorgehen wie oben erhält man nun wieder

$$\tan\varphi = c\frac{S}{R} = \frac{M^2prS}{Q^2ZR}\ ,$$

und die Setzung von

$$b := \frac{Q^2ZR}{M^2pr} \text{ liefert}$$

$$a = b \cdot \tan\varphi = \frac{Q^2ZR}{M^2pr} \cdot \frac{M^2prS}{Q^2ZR} = S.$$

Daraus ersieht man übrigens auch noch einmal, dass in [4] das "Z" fehlt.

Das Planimeter von Hermann weist eine Besonderheit auf, die möglicherweise unbeabsichtigt aus der Konkretisierung der Konstruktionsidee folgt, und auch in den derzeit vorliegenden Materialien nicht angedeutet ist; wir möchten aber nicht ausschließen, dass Hermann sich später über diese Besonderheit durchaus im Klaren war. Gemeint ist die Möglichkeit der einfachen Anpassung des Instruments an unterschiedliche Maße und Maßstabsverhältnisse.

Wie man gesehen hat, *steuert* y (also die y-Koordinate auf der Zeichnung) *über die schiefe Ebene* die Distanz des Auflagepunkts des Messrädchens von der Kegelspitze und macht diese Entfernung zu einem zu y proportionalen Wert $s(y) = Cy$, oder, ausgedrückt durch die Parameter a und b der schiefen Ebene, $s(y) = ay/b$. Diese indirekte Steuerung ist durch die zur Zeichenebene senkrecht stehende Kegelachse und durch die daher die Zeichenebene schräg durchstoßenden verlängerten Mantellinien des Kegels *erzwungen*. Die indirekte Steuerung aber unterscheidet Hermanns Instrument von denen seiner Nachfolger Gonnella, Oppikofer und Ernst; denn dort wird durch die passende Neigung der Kegelachse gegen die Zeichenebene sichergestellt, dass die höchstliegende Mantellinie parallel zur Zeichenfläche war, y also ganz einfach und daher direkt mit $s(y) = y$ die Entfernung des Auflagepunkts von der Kegelspitze regeln kann (wir werden dies im nächsten Abschnitt genauer sehen). Mit anderen Worten heißt das aber: Eine schiefe Ebene mit anderen Werten für ihre beiden Parameter a und b kann bei Hermanns Instrument dann auch eine andere Steuerung realisieren – nämlich einen anderen Proportionalitätsfaktor C. Da jedoch die Endhöhe a der schiefen Ebene an die Mantellinienlänge S des Kegels gebunden ist (und das sogar über die Gleichheit $a = S$), kommt für eine Parameteränderung nur die Basislänge b in Frage.

Betrachtet man nun den Seitenriss des Instruments, so erkennt man, dass die schiefe Ebene (die man hier ja nur in ihrem parallel zur Umrissmantellinie des Kegels liegenden Querschnitt sieht) ganz offensichtlich in eine Halterung eingeschraubt ist – und damit prinzipiell *auswechselbar*. Nichts spricht dagegen, dass Hermann durchaus diesen Vorzug seiner Konstruktion erkannte – auch wenn dafür, wie bereits erwähnt, keine ausdrücklichen Anhaltspunkte vorliegen. Mit einem äußerst einfachen Mittel – nämlich Austausch der schiefen Ebene durch eine derselben Höhe, aber anderer Länge – wäre dann die Anpassung an beliebige Maße und/oder Maßstabsverhältnisse möglich gewesen.

Diese Möglichkeit ist formal bereits in den vorangegangenen Überlegungen zum Beispiel einer Rechtecksfläche $X \cdot Y$ mit $x = X$, $y = Y$ enthalten. Denn die Parametrisierung des Instruments, also insbesondere seiner Messeinheit, durch die Länge b ist mit

$$b = \frac{Q^2ZR}{M^2pr}$$

dort schon vollzogen. In anachronistischer – weil moderner – Terminologie stellt der in b enthaltene Faktor Q^2Z/M^2 die sogenannte *absolute Flächeneinheit* des Hermannschen Planimeters dar, d. h. *die* Größe einer Fläche in der Zeichenebene, die einer ganzen Umdrehung des Messrädchens entspricht. Dies sieht man leicht aus der Bedingung dafür, dass das Messrädchen genau eine volle Umdrehung macht; sie lautet für ein Rechteck $X \cdot Y$

$$\frac{X}{p}\,\frac{\rho(Y)}{r} = 1.$$

Mit $$\frac{\rho(Y)}{R} = \frac{s(Y)}{S} = \frac{aY}{bS} = \frac{SY}{bS} = \frac{Y}{b},$$

also $$\rho(Y) = \frac{YR}{b},$$

erhält man daraus unter weiterer Berücksichtigung des Werts für b

$$\frac{XYR}{prb} = 1, \text{ also } XY = \frac{prb}{R} = \frac{prQ^2ZR}{RM^2pr} = \frac{Q^2Z}{M^2},$$

Die zugehörige *relative Flächeneinheit*, also die Fläche in der Realität, die einer ganzen Umdrehung des Messrädchens entspricht, ist *per definitionem* durch Z gegeben. Anhand etwa des Beispiels [4.1] sieht man, dass dort die relative Flächeneinheit 1 Tagwerk ist, und die absolute sich zu

$$\frac{Q^2Z}{M^2} = \frac{40\,000}{250\,000} \text{ Quadratzoll} = 0.16 \text{ Quadratzoll}$$

bestimmt (man beachte dabei die für Q, Z und M geltenden Einheiten: Q^2 in Quadratfuß pro Tagwerk, Z in Tagwerk, und M in Fuß pro Zoll). Dies ist ein Quadrat von 0.4 Zoll Kantenlänge; umgekehrt entspricht dies bei dem durch M definierten linearen Maßstab von 1 : 5000 einer Kantenlänge von 0.4 · 5000 [Dezimal]Fuß = 200 Fuß, und reproduziert damit den Wert Q der Kantenlänge eines (quadratischen) Tagwerks in Fuß. In Flächen formuliert, führt also die absolute Flächeneinheit von 0.16 □" in Verbindung mit dem Maßstab 1 : 5000 auf die relative Flächeneinheit 1 Tagwerk.

Die Liebherrsche Konstruktion geht übrigens den umgekehrten Weg: Wie man der Skizze entnimmt – oder in sie hineinlegen kann –, ist der Keil (oder "die schiefe Ebene") durch einen schräg verlaufenden Streifen ersetzt, der an seinem "oberen" Ende anscheinend verstellbar ausgeführt werden sollte. Diese Einstellmöglichkeit verändert also – um in den ursprünglichen Bezeichnungen zu bleiben – nicht b, sondern a. Bleibt alles andere unverändert, so führt z. B. eine Verkleinerung von a natürlich dazu, dass das Messrädchen nicht mehr die Spitze des Kegels erreichen kann, insbesondere ist dann der Abstand des Auflagepunkts von der Spitze nicht mehr direkt proportional zu Y, sondern durch K + CY gegeben. Bei der vollständigen Umfahrung einer durch eine geschlossene Kurve begrenzten Fläche spielt das jedoch keine Rolle, da die durch KX "hinzugemogelte" Fläche "auf dem Rückweg" wieder in Abzug gebracht wird, am Ende also das richtige Ergebnis erhalten wird. Würden aber aus irgendwelchen Gründen Zwischenergebnisse benötigt (wovon man bei frühen Flächenmessungen aber nicht ausgehen kann oder muss), ist eine entsprechende Korrektur vorzunehmen.

*

Eine Zusammenstellung der (redundanten) Geräteparameter liefert zusammengefasst folgendes Bild der Entwicklung der Maße in Zoll, etc.:

Größe	[4.1]	[4.2]	[5]	[6]
D	4	5	2.8	2.8
R = D/2	2	2.5	1.4	1.4
d	0.5	0.5	0.7	0.7
r = d/2	0.25	0.25	0.35	0.35
p	1	0.5	$1.26 = 0.4\sqrt{10}$	$1.26 = 0.4\sqrt{10}$
R = p/2π	0.16	0.08	0.20	0.20
L	16	20	[$4\sqrt{10}$]	5
M	500	500	500	[500]
Q	200	200	200	[200]
Z	1	1	10	10
h = [H]	1	1	1.4 = R	1.4 = R
T	128	400	[$10p = 4\sqrt{10}$]	400
a [= S]	$2.24 = \sqrt{5}$	$2.69 = \sqrt{29/2}$	$1.98 = 1.4\sqrt{2}$	$1.98 = 1.4\sqrt{2}$
b	1.28	3.2	$5.06 = 16\ 1.98 = 1.4\sqrt{10}$	[10]
L · b	20.48	64	[$4\sqrt{10} \cdot 16\sqrt{10} = 64$]	50
tan φ	1.75	0.84	0.391	[0.198]
φ	60.21°	40.05°	21.37°	[10.2°]
Kegelöffnung	126.87°	136.40°	90.00°	90.00°

Kontrollrechnungen nach verschiedenen Methoden liefern übereinstimmende Zahlen. So ist z. B.

$$\tan\varphi = \sqrt{\frac{H^2}{R^2}} + 1 \text{ mit [4.1] verglichen:}$$

$$p = 1, r = \frac{1}{4}, H = 1, R = 2, \text{ also}$$

$$\tan\varphi = \frac{\sqrt{5}}{8}, \text{ und die Probe liefert}$$

$$S = \sqrt{H^2 + R^2} = \sqrt{5}, b = \frac{S}{\tan\varphi} = 8,$$

noch zu multiplizieren mit

$$\frac{Q^2}{M^2} = 0.16, \text{ also } b = 1.28 \text{ wie bei Hermann.}$$

Ähnlich bei [4.2]; auf b bei [5] hingegen muss man, da es im Dokument nicht erwähnt wird, *schließen*. Man erhält aus

$$p = 0.4\sqrt{10}, r = 7/20, H = R = 7/5 \text{ dann}$$

$$\tan\varphi = \frac{7\sqrt{20}}{50};$$

multipliziert mit $6.25/10 = M^2Q^2Z$ also 0.39131, und

$$S = \frac{7\sqrt{2}}{5},$$

woraus dann wiederum

$$b = \frac{10\sqrt{10}}{6.25} = 5.06 \text{ folgt.}$$

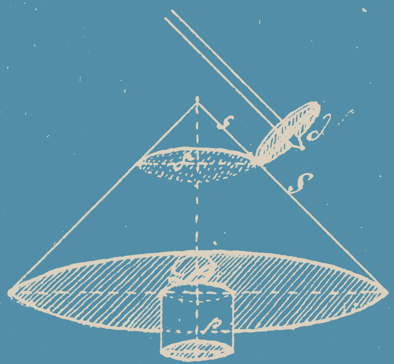
Unmittelbarer erhält man dies besser gleich mit

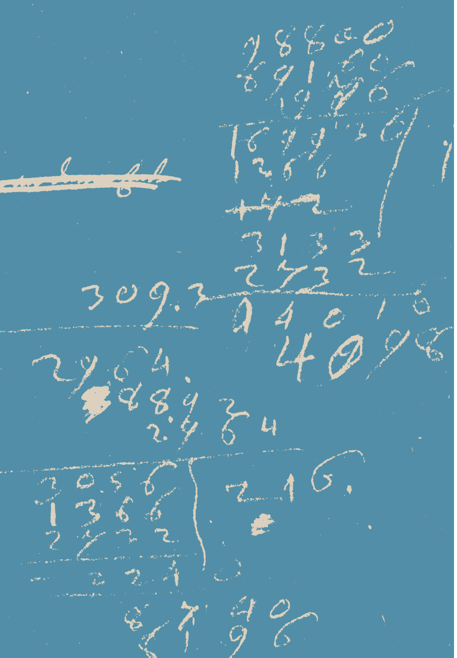
$$\tan\varphi = \frac{M^2prs}{Q^2ZR}, b = \frac{S}{\tan\varphi};$$

dann hat man aus Beispiel [4.1] unter Verwendung von $M = 500$, $Q = 200$ sofort die richtigen Werte:

$$\tan\varphi = \frac{500^2 \cdot 1 \cdot 0.25 \cdot \sqrt{5}}{200^2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{25\sqrt{5}}{32} = \frac{\sqrt{5}}{1.28}$$

$$b = \frac{32}{25} = 1.28$$





und aus Beispiel [4.2] kommt

$$\tan\varphi = \frac{5\sqrt{29}}{32}$$
$$b = \frac{16}{5} = 3.2;$$

die Rechnung für [5] liefert natürlich

$$\tan\varphi = \frac{7\sqrt{20}}{80},$$
$$b = \frac{8\sqrt{10}}{5}.$$

In [5] wechseln 'reale' Maße mit 'gezeichneten' Maßen – was auch Hermann selbst an einzelnen Stellen verwirrte, sodass er wohl die Fortführung abbrach. Jedoch sind, nach Korrektur der Fehler, seine Ansätze konsistent:
In 'realen' Maßen ist

$$M \cdot x2\mathfrak{R}\pi \cdot 2r\pi \cdot M = Q^2Z, \text{ also}$$
$$x = Q^2Z/M^24r\mathfrak{R}\pi^2 = Q^2Z/M^2pd\pi, \text{ also}$$
$$\rho = r/x = rM^2pd\pi/Q^2Z, \text{ und daher}$$
$$xpd\pi = Q^2Z/M^2,$$

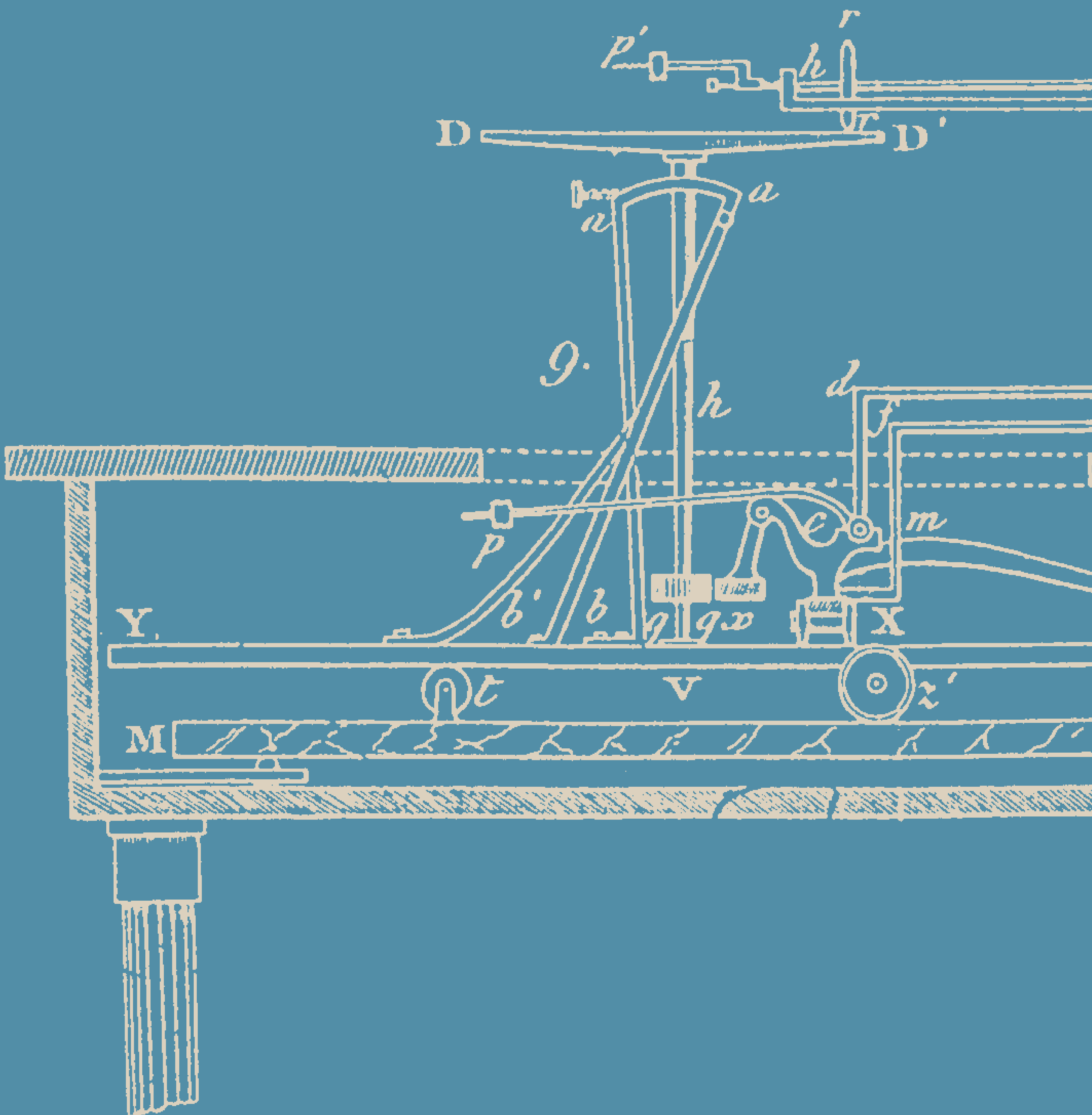
die absolute Flächeneinheit der Zeichnung. Mit Zahlen wie üblich, d. h. mit $M = 500$, $Q = 200$, $Z = 10$ hat man für die FE = 1.6 [ergänze: Quadratzoll], also gilt

$$1.6\square'' \text{ entsprechen 10 Tagwerk.}$$

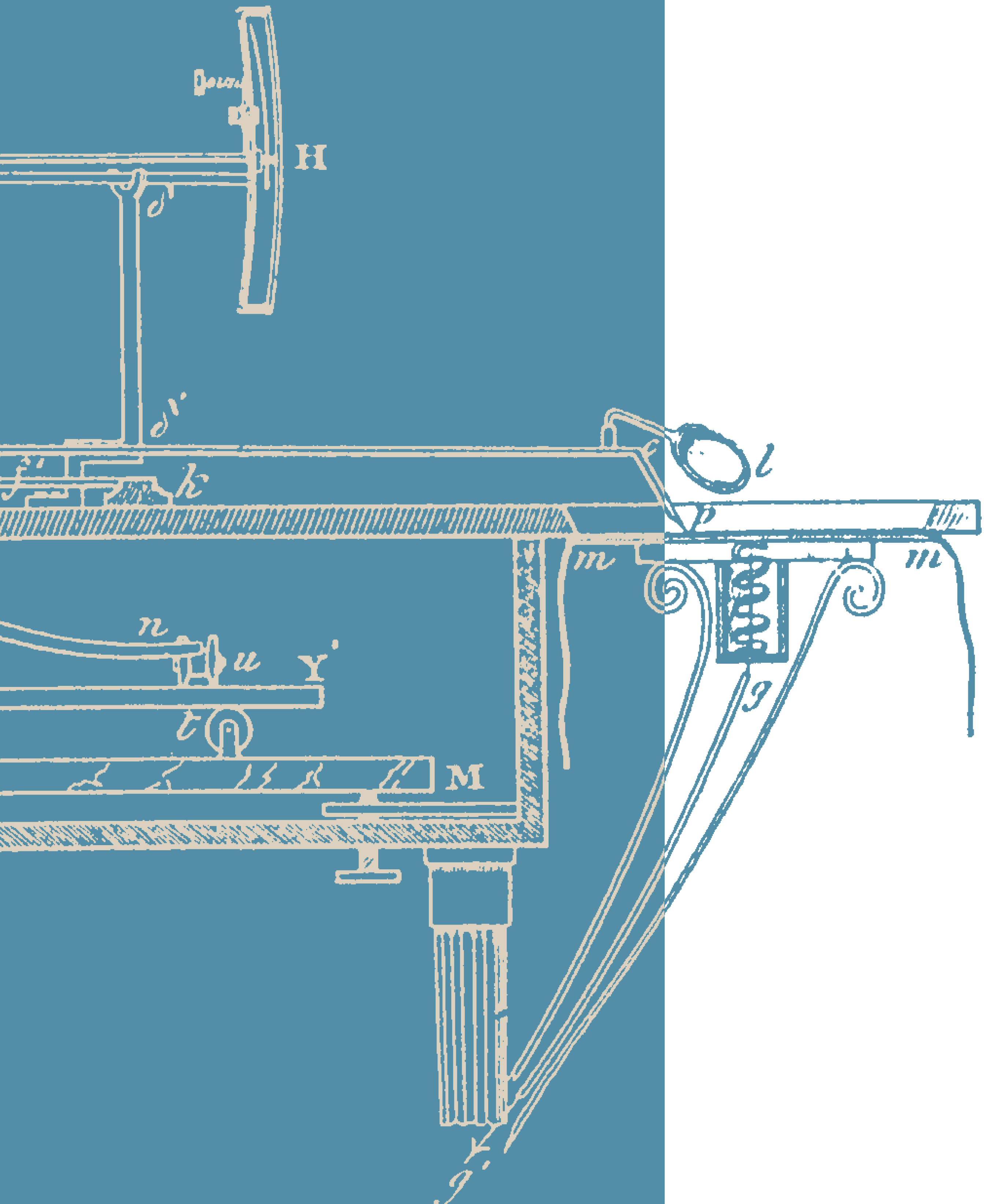
*

An den hier vorgelegten Materialien und Dokumenten sieht man, wie schade es ist, dass die Hermannsche Maschine nicht über ein paar Eingeweihte hinaus bekannt wurde. Nicht nur, dass die Dokumente zeigen, wie präzise Hermann vorging – der Prototyp und vielleicht auch der (wohl niemals gebaute, sicher wohl aber niemals fertiggestellte) Liebherrsche Entwurf zeigen, dass die Maschine die Erwartungen bereits in der unzulänglichen und provisorischen Form des Prototyps erfüllte.

Soweit also zu Hermann – aber wie ging es weiter?


p'
r
h
D
D'
a
9.
h
d
f
p
m
Y.
b'
b
X
t
V
z'
M

Flächenmessung von Gonnella bis Wetli und Hansen



Flächenmessung von Gonnella bis Wetli und Hansen

Die schon mehrfach zitierte Arbeit von Carl Maximilian von Bauernfeind (1818-1894) aus dem Jahr 1853, "Die Planimeter von Ernst, Wetli und Hansen, welche den Flächeninhalt ebener Figuren durch das Umfahren des Umfangs angeben", hatte mehrere Mängel; einer, für den er jedoch nichts konnte, war seine Unkenntnis von Hermann, die er aber – nachdem ihm durch Kunig die Umstände bekannt wurden – schnellstmöglich korrigierte, und das war der Zweck seiner nur zwei Jahre später folgenden Publikation von 1855. Aber er wusste auch nicht um den wirklich Erstpublizierenden, Tito Gonnella (obwohl dessen Publikationen von 1825 als auch von 1841 im Jahr 1853 schon lange vorlagen), und auch nicht richtig um die Rolle, die Johannes Oppikofer in den Jahren 1826-1829 spielte, bevor Heinrich Rudolf Ernst (dem eigentlich keinerlei Erfindungsrechte zugebilligt werden können) eine Rolle als Erfinder von ihm zugeschrieben bekam. So kam es, dass Kaspar Wetli, im Grunde nur ein Wiedererfinder des Gonnellaschen Scheibe/Rolle-Mechanismus, der nun zu besprechen ist, im Jahr 1850 durch die Publikationen von Simon Stampfer zu Ruhm gelangen konnte, und die Verbesserungen an seinem Instrument durch Peter Andreas Hansen in Gotha ein Jahr später ebenfalls eine gewisse größere Bekanntheit erfuhren. Und das schließlich erklärt zumindest die drei Namen, die im Titel von Bauernfeinds Buch auftauchen; wir werden also Gelegenheit haben, sie – wenigstens teilweise – zu ergänzen. Das beginnt gleich mit Tito Gonnella.

Gonnella 1822 ff.

Die Diskussion über Prioritäten ist aus gegebenem Anlass von Antonio Favaro 1873 in Gang gebracht und zugunsten Gonnellas (1794-1867) entschieden worden, der 1825 seine – nach Favaros Ansicht mit dem Ziel der Prioritätssicherung verfasste – Beschreibung vorlegte: "Teoria, e Descrizione d'una Macchina colla quale si quadrano le superficie piane" (Gonnella 1825; Favaro 1873, 76 ff.; zur Absicht der ausdrücklichen Prioritätssicherung: Favaro 1873, 80, 96 und insbesondere 100, Fn. 35). Erneut publizierte er 1841 dazu, in größerer Ausführlichkeit; ferner wurden seine Arbeiten zum Teil durch Kommissionen gewürdigt (so 1851). Dies führte jedoch nicht zu der möglicherweise erwarteten Öffentlichkeitswirksamkeit, sodass lange Zeit ein gewisser Johannes Oppikofer bzw. noch mehr (und unzutreffenderweise) der Mechaniker Heinrich Rudolf Ernst als Pioniere der exakten Flächenmessung galten.

Über Gonnella hingegen war des Längeren nicht viel bekannt; nicht einmal Lebensdaten schienen verfügbar zu sein: selbst Favaro 1873, die sonst ausgiebigste Quelle, nannte keine. 1890 kannte man durch Rudolf Wolf zwar schon die Lebensdaten, aber erst seit den Forschungen von Luisa Marini (zitiert mit M,x) aus dem Jahr 1996 weiß man Einiges mehr. Weitere biografische Details zu "Ritter Tito v. Gonnella, Professor der mathematischen Wissenschaften an der k. k. Akademie der schönen Künste zu Florenz" (so Favaro 1873, 76) finden sich ebenfalls in Luisa Marinis Studienarbeit.

Tito Filippo Ignazio Battista Gonnella wurde am 18. September 1794 in Livorno als Sohn von Dr. Francesco Gonnella geboren (M, 3). Über Tito Gonnellas Jugend ist nichts bekannt; auch über seine Studienzeit weiß man nur, dass er zu Pisa in den Naturwissenschaften promovierte. 1816 veröffentlichte er eine Abhandlung über die Herstellung von Teilungen für mathematische Instrumente (M, 3). 1818 gehörte er einer Florentiner Kommission an, die auf Wunsch des Großherzogs Leopold II. das neue Kataster für die Toskana erstellen sollte (M, 3). Von 1829 bis 1850 unterrichtete Tito Gonnella Reine Mathematik und Mechanik an der *Accademia di Belle Arti* in Florenz; nachdem ab 1850 ein Parallellehrstuhl für Angewandte Mathematik eingerichtet worden war, lehrte er wohl noch bis 1854 nurmehr Reine Mathematik (M, 4). 1841 nahm er am 3. Kongress der italienischen Naturwissenschaftler in Florenz teil; er verteilte dort einige Exemplare seiner soeben erschienenen *Opuscoli matematici* (M, 5). 1851 präsentierte er auf der Weltausstellung im *Crystal Palace* in London sein Planimeter und erhielt dafür eine Medaille Erster Klasse (die *Council Medal*; M, 6). Auf der Toskana-Ausstellung 1861 präsentierte er zwei Addiermaschinen, für die er ebenfalls mit einer Medaille ausgezeichnet wurde (M, 6); eine dieser Maschinen befindet sich heute im *Museo di Storia della Scienza*, Florenz (M, 7). Am 18. März 1867 starb Tito Gonnella in Florenz (M, 8).

Das Planimeter von Gonnella wurde um 1822-1824 konzipiert und in einem Prototyp gebaut. Die erste Notiz über Gonnellas Planimeter stammt von ihm selbst; sie wurde in der April-Mai-Juni-Nummer des 18. Jahrgangs der Florentiner Zeitschrift *Antologia* im Jahr 1825 veröffentlicht (M, 13). Ein erstes Modell bzw. ein Prototyp entstand schon im Lauf des Jahres 1824. Nachdem bereits Ende 1824 einige Wissenschaftler die Gelegenheit bekommen hatten, einen Blick darauf zu werfen, zeigte Gonnella im Februar 1825 diesen Prototyp seines Planimeters dem Großherzog Leopold II. Letzterer soll daraufhin ein Exemplar des Planimeters für sein Mechanisches Kabinett (*laboratorio di meccanica*) bestellt haben; die Lieferung ist jedoch derzeit nicht in den Akten nachweisbar (M, 13). Im Juni 1825 nahm Gonnella über den Kaufmann Giovanni Mariani Kontakte in die Schweiz auf, um Teile für sein Planimeter dort in Auftrag zu geben; auch Zeichnungen wurden in die Schweiz gesandt. Dieses Vorhaben zerschlug sich jedoch, und das Instrument wurde daraufhin vollständig in Florenz hergestellt; es ist leider unbekannt, wo und von wem (M, 13). Als Jahr der Fertigstellung ist 1827 überliefert (es kann derzeit nicht festgestellt werden, ob der Prototyp in diesem Instrument aufging oder als eigenes Instrument weiterexistierte). Nach Gonnellas eigenem Bekunden wurde das Planimeter insbesondere 1840 erfolgreich bei der Kataster-Erstellung der Insel Elba eingesetzt; dies wird auch aus anderen Quellen bezeugt. Das zwischen Dezember 1840 und Februar 1841 (M, 16) verwendete Instrument muss allerdings von beträchtlicher Größe gewesen sein (M, 15). Es ist mit Sicherheit mindestens dieses eine Exemplar hergestellt worden (M, 20); wahrscheinlich war es auch dieses Instrument – und nicht der möglicherweise noch existierende Prototyp, s. o. –, das zur Weltausstellung nach London geschickt wurde (M, 20). Jegliche weitere Spur seines Verbleibs oder Schicksals fehlt aber derzeit.

Schon Favaro 1873, 103, hatte das Ergebnis seiner Untersuchungen so formuliert: "Durch die im April des Jahres 1825 erfolgte Publikation der Erfindung seines Planimeters durch Gonnella selbst, ist erwiesen, dass er schon im Jahre 1824 das Planimeter mit dem Kegel erfunden hatte [...], dass Gonnella schon im Jahre 1825 dem Kegel die Scheibe substituirte und dass kurze Zeit darnach sowohl Zeichnungen der älteren als der verbesserten Einrichtung mit der Scheibe, an verschiedene Mechaniker in der Schweiz gesendet wurden [...]." Und: "Ein eigenes Verhängnis waltete über der Erfindung des Professors Gonnella [...] wie hätte es sonst geschehen können, dass von den öffentlichen Verhandlungen der italienischen Gelehrten-Versammlungen kein Wort über Gonnella's Erfindung nach Deutschland oder Frankreich drang, dass die von Gonnella schon 1825 ersonnene Einrichtung mit der Scheibe, die im Jahre 1841 in der grössten Ausführlichkeit veröffentlicht wurde und in Italien schon in Anwendung stand, erst im Jahre 1849 von Wetli nacherfunden werden konnte?" [Favaro 1873, 104; zum Planimeter nach Kaspar Wetli (1822-1889) werden wir gleich noch kommen].

Die nun mehrfach erwähnte Sendung von Zeichnungen in die Schweiz war notwendig geworden, weil man die florentinischen Mechaniker zunächst nicht für geeignet hielt, gewisse diffizile Teile des Instruments herzustellen. Die Kontakte wurden durch einen Florentiner Kaufmann namens Mariani hergestellt, brachen aber 1827 ergebnislos ab, nachdem noch im März 1827 ein gewisser Helm (bei der Firma Brandt & Renaud in Chaux-de-Fonds) zugesagt hatte, die Teile zu fertigen; Mariani teilte aber bald danach mit, dass Helm verstorben sei, und ab diesem Zeitpunkt gab man den Wunsch, in der Schweiz zu produzieren, auf und fertigte die Teile doch in Florenz (Favaro 1873, 97-98, der Gonnella 1841 hier in extenso wörtlich und zweisprachig, deutsch und italienisch, zitiert). Unter diesen Gegebenheiten kann die Abgrenzung zu Oppikofer nicht frei vom Verdacht des Plagiats sein; dezenter formuliert es Favaro 1873, 104: "Oppikofer erscheint als Nacherfinder, jedoch lassen die Umstände die Möglichkeit zu, dass Oppikofer von den Ideen Gonnella’s beeinflusst worden sein kann." Auch wird im Folgenden von Oppikofers Instrument noch die Rede sein.

Die Prioritätendiskussion, die 1873 von Favaro eigentlich geführt wurde, lief jedoch ohne schrille Töne ab – nicht zuletzt wohl, weil die Protagonisten zu diesem Zeitpunkt bereits tot waren; vor allem aber, weil ihre Erfindung(en) durch das Aufkommen des Polarplanimeters (ab 1854; vgl. Amsler 1856) von Jakob Amsler (1823-1912) an unmittelbarer Bedeutung stark verloren hatten. Ein weiterer Grund bestand auch darin, dass eines völlig unbestreitbar war: Hermann hatte seine Erfindung niemals veröffentlicht, während Tito Gonnella, zu dessen Ehrenrettung – ja, eigentlich zu dessen Kenntnisnahme durch die Fachwelt – Favaro ins Feld gezogen war, sie 1825 und 1841 immerhin publiziert hatte.

Die älteste Beschreibung durch Tito Gonnella (aus Gonnella 1825, 125-126) liest sich folgendermaßen:

Per formarsi un'idea se non di tutti almeno dei pezzi principali che costituiscono la presente macchina, s'immagini una riga metallica e liscia che scorre orizzontalmente nel senso della sua lunghezza sopra due puleggie, e porta fermato sopre di sè in un castelletto un asse o cilindro verticale terminato in due punte coniche che rotano in due fori. La parte inferiore di questo asse è conformata in rocchetto dentato, e la parte superiore porta un piano o disco circolare, che gira orizzontalmente mediante la rotazione del rocchetto o dell'asse medesimo. La rotazione poi è impressa al rocchetto da una riga dentata orizzontale che v'ingrana, e fa sempre un angolo retto colla riga liscia. All'estremità della riga dentata è fissa la punta P destinata a percorrere il perimetro delle figure da quadrarsi.

Un'altra parte della macchina indipendente dal descritto sistema di pezzi, e che nell'azione della medesima non subisce mai alcun moto di traslazione, è un asse rotatorio orizzontale che in un'estremità porta una rotella R, la cui periferìa posa normalmente, e gravita sul piano del precedente disco, avendo il punto di contatto sul diametro del disco medesimo che è parallelo alla riga liscia, talchè col moto progressivo di questa il centro del disco passerebbe sotto il punto di contatto della rotella. Nell'altra estremità di questo asse di rotazione è fissata perpendicolarmente al medesimo una lancetta, la di cui cima percorre, al volgersi dell'asse, una mostra fissa verticale graduata, e segna su questa ingranditi i minimi moti di rotazione della rotella R. […]

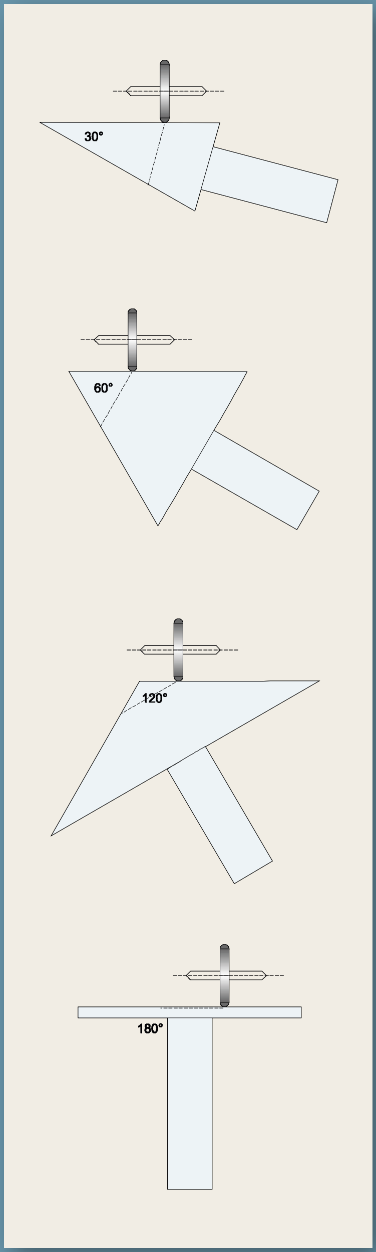
La rotella R che gravita, come è stato detto, sul piano del disco orizzontale, è obbligata a rotare, in virtù della forza d'attrito, tutte le volte che il disco medesimo gira col rocchetto dentato.

Tale essendo la conformazione della macchina, si vede facilmente, che sono soddisfatte le condizioni accennate in principio, onde ottenere le quadrature.–

Um sich eine Vorstellung wenn – nicht von allen – so doch von den Hauptteilen der Maschine zu machen, stelle man sich zunächst ein glattes Lineal aus Metall vor, das sich seiner Länge nach horizontal auf zwei Walzen bewegen kann und oben in einer Art Gehäuse eine senkrechte Achse trägt, die ihrerseits in konischen Lagern läuft. Der untere Teil dieser Achse ist als Zahnkranz gestaltet, und der obere trägt eine Scheibe, die von dem Zahnkranz angetrieben wird. Dieser erhält seine Drehung durch eine horizontale Zahnstange, mit der er kämmt, und die rechtwinklig zu dem eingangs beschriebenen glatten Lineal verläuft. An einem Ende der Zahnstange befindet sich der Punkt P, mit dem der Umfang der zu quadrierenden Fläche umfahren wird.

Ein anderer Teil der Maschine, unabhängig von dem Teilsystem, das gerade beschrieben wurde, ist ein Rädchen auf einer horizontalen und zum glatten Lineal parallelen Achse, das durch die Schwerkraft auf der schon beschriebenen Scheibe aufliegt, dessen Achse und Lage sonst aber fest-

Abb. 45-48: Übergang Kegel → Scheibe



bleiben. Der Auflagepunkt zwischen Scheibe und Rädchen liegt auf einem Scheibendurchmesser, und zwar so, dass mit der Bewegung des glatten Lineals und damit der Scheibe der Scheibenmittelpunkt unter dem Auflagepunkt hindurchwandern kann. Auf der anderen Seite der horizontalen Rädchenachse befindet sich ein Zeiger, der auf einer Skala die kleinsten Bewegungen des Rädchens R registriert.

Das auf der Scheibe aufliegende Rädchen R dreht sich aufgrund der Reibung, sobald die Scheibe sich dreht; Letzteres wird durch den Zahnkranz bzw. die Zahnstange bewirkt.

Wenn die Teile der Maschine so zusammenwirken, dann sieht man leicht, dass die eingangs geschilderten Bedingungen, die die Quadratur leisten, erfüllt sind.

Der Aufsatz Gonnellas enthält nur sechs kleine Figuren, die auf einer separaten Tafel beigegeben sind, jedoch *nichts* über irgendein konstruktives Detail der *macchina* verraten, sondern nur prinzipielle Überlegungen zur diskontinuierlichen und zur kontinuierlichen Flächenberechnung illustrieren. Die Beschreibung der Maschine erfolgt also nur verbal, wobei die wesentlichen Passagen vorstehend zitiert wurden. Erst Gonnellas *Opuscoli matematici* (Gonnella 1841) enthalten reichliches Figuren- und Illustrationsmaterial sowohl zum Kegel/Rolle- als auch zum Scheibe/Rolle-Instrument.

Der *disco circolare/rotella*-Mechanismus erfüllt, wie Gonnella feststellt, die *condizioni accennate in principio*; weit klarer noch als Hermann betont Gonnella diese Bedingungen bzw. ihr Entstehen aus den Eigenschaften der Fläche unter dem Graphen einer Funktion in cartesischen, d. h. rechtwinkligen Koordinaten: (1) Keine Anzeigeveränderung bei Bewegungen des Fahrstifts auf der x Achse; (2) keine Anzeigeveränderung bei Bewegungen auf der y Achse; (3) keine Anzeigeveränderung bei Bewegungen auf Parallelen zur y Achse; (4) zu y proportionale Anzeigeänderung bei Bewegung auf einer Parallelen im Abstand y zur x Achse.

Wie Gonnella schon (wohl erst kurz vor seiner Veröffentlichung von 1825) erkannte, ist der Öffnungswinkel des Kegels beim Kegel/Rolle-Mechanismus nicht von Bedeutung; seine Größe taucht in keiner Beschreibung des Mechanismus auf oder wird irgendwie benötigt. Daher kann dieser Winkel prinzipiell beliebig gewählt werden. Hermann hatte sich früh schon für 90° entschieden; eine Zeichnung Gonnellas aus dem Jahr 1841 weist, wie etliche der zu diesem Zeitpunkt schon existierenden realen Instrumente (und auch eines der seinen?), einen Winkel von ca. 30° auf.

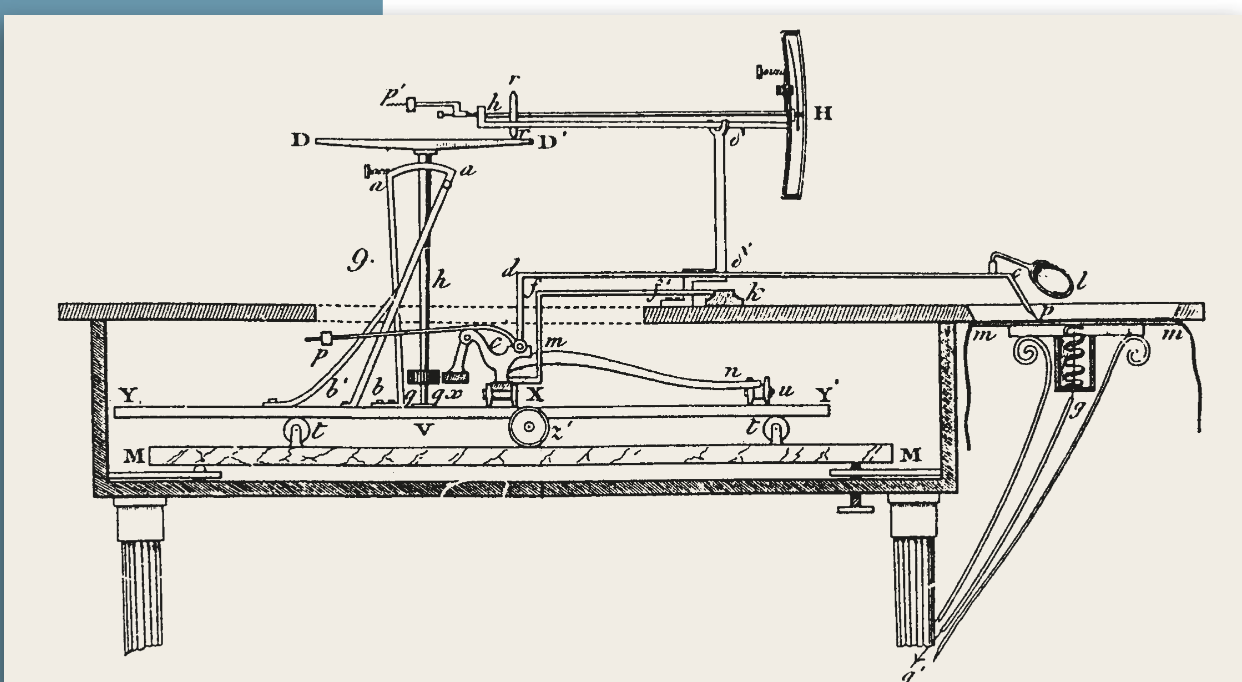
Bei Gonnella ist der Kegel mit schräg zur Grundebene verlaufender Achse zunächst so montiert, dass seine jeweils obenliegende Mantellinie zur Grundebene (= der Zeichenebene) parallel verläuft. Das erleichtert einerseits die

Verschiebung des Messrädchens auf dieser Mantellinie (und damit zugleich in y-Richtung des implizit stets mitgedachten x/y-Koordinatensystems), legt aber andererseits die gewählte "schlanke" Form des Kegels nahe. Von daher gesehen ist der Weg zur "Aufweitung" des Kegels eigentlich eher schwieriger, da die Beibehaltung der Parallelität der Mantellinie zur Grundebene bei gleichzeitiger Aufweitung des Öffnungswinkels zugleich eine ständig schräger werdende Kegelachse bewirkt, bis sie, wenn der Kegel zur Scheibe geworden ist, senkrecht zur Grundebene steht. Liest man jedoch Gonnellas knappe Publikation von 1825, so erstaunt auch heute noch der hohe Abstraktionsgrad, mit dem dort zunächst theoretisch die Anforderungen an ein Planimeter formuliert werden; aus dieser Abstraktionsfähigkeit heraus lässt sich aber der Verwandlungs- oder Ersetzungsvorgang Kegel → Scheibe dann wieder besser verstehen.

Einige Details dieser Entwicklungsgeschichte bis hin zum Einsatz eines Gonnella-Planimeters bei der Vermessung der Insel Elba wurden von Gonnella selbst 1841 in seinen *Opuscoli matematici* verzeichnet, aus denen auch die nachfolgende Abbildung stammt:

Es ist *dieser* Scheibe/Rolle-Mechanismus, der Gonnella zu Ehren seit etwa 1900 seinen Namen trägt.

Abb. 49: Seitenansicht des 1827 fertig gestellten Orthogonalplanimeters von Gonnella

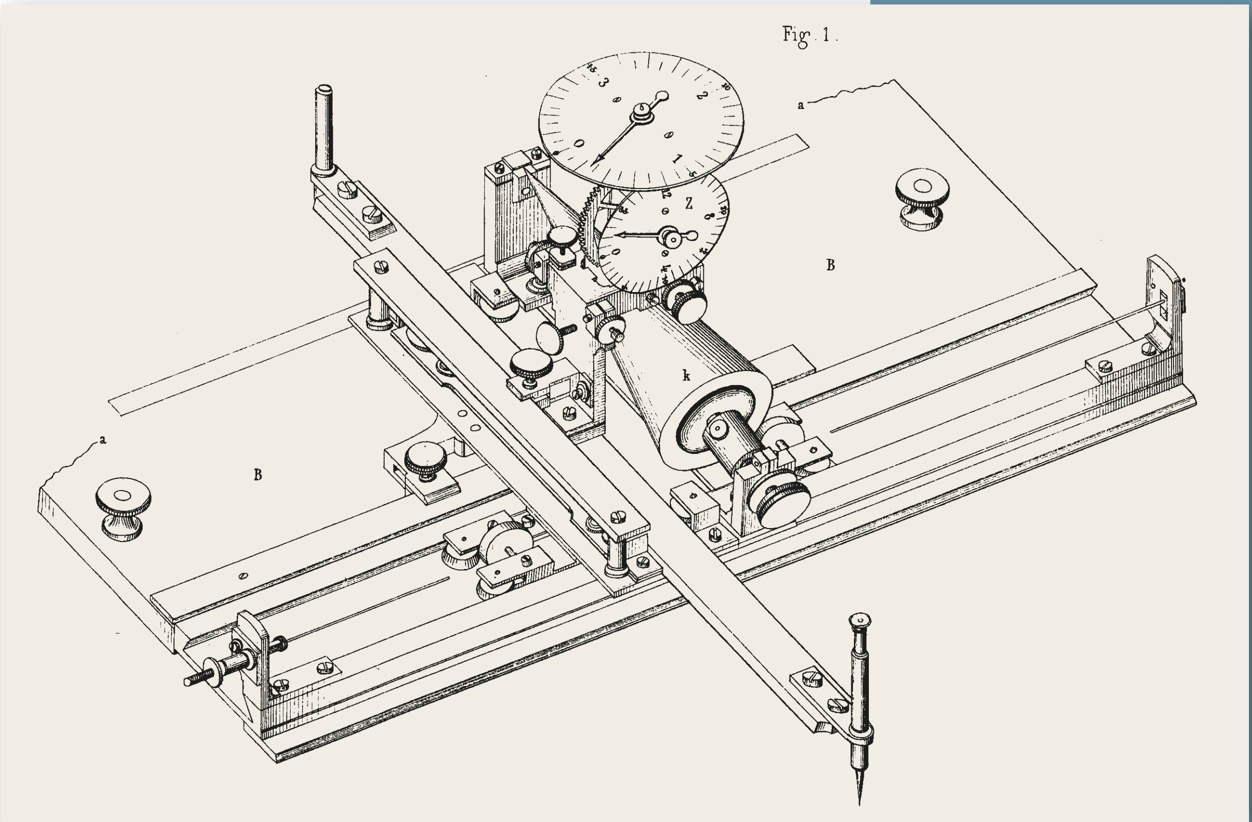


Oppikofer 1826 ff.

Gonnella hatte, wie wir gesehen haben, im Juni 1825 versucht, Teile des vom Großherzog in Auftrag gegebenen ausgereiften Instruments in der schon damals für Präzisionsarbeiten bekannten Schweiz herstellen zu lassen. Johannes Oppikofer (1783-1864) hätte daher um 1826/1827 durchaus von einem der geplanten Instrumente bzw. der Pläne hierzu Kenntnis bekommen haben und darauf basierend ein entsprechendes Kegel/Rolle-Instrument bauen lassen können.

Angesichts dieser Sachlage musste Antonio Favaro, der sich 1873 als Erster mit der Detailgeschichte der Gonnellaschen Instrumente befasste und den wir hier nochmals zitieren, zu der vorsichtig formulierten Feststellung gelangen, "Oppikofer erscheint als Nacherfinder, jedoch lassen die Umstände die Möglichkeit zu, dass Oppikofer von den Ideen Gonnella's beeinflusst worden sein kann" (Favaro 1873, 104).

Abb. 50: Orthogonalplanimeter von Oppikofer

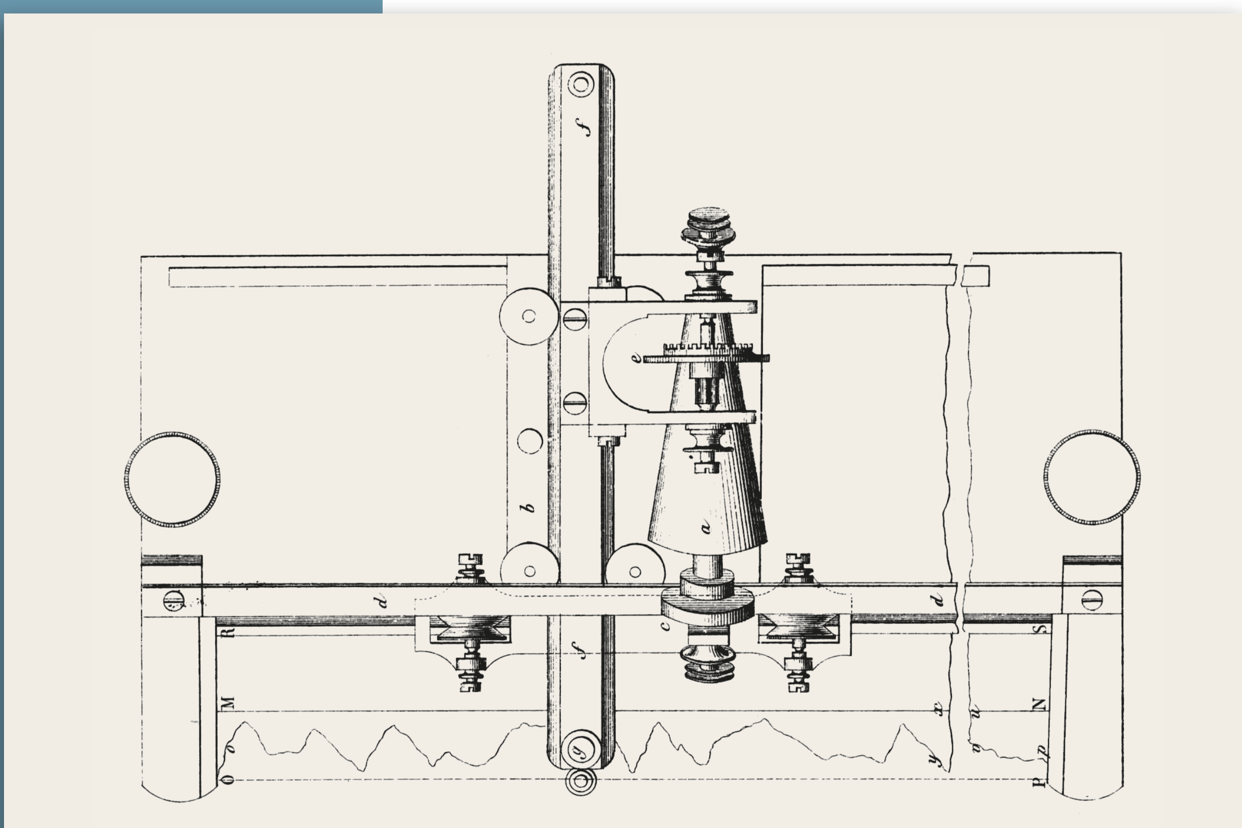


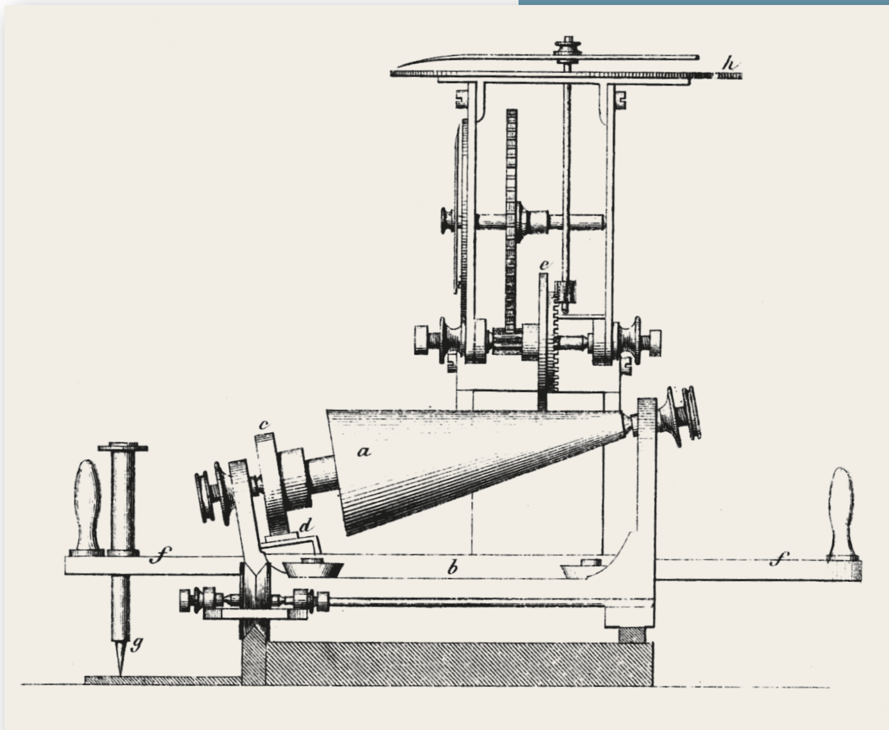
Das Oppikofersche Instrument wurde von dem Mechaniker Johannes Pfäffli (1802-1828) begonnen, der seit 1825 in Bern wirkte; nach dessen frühem Tod wurde es durch Heinrich Rudolf Ernst (1803-1863) um 1828 fertiggestellt und 1829 der Berner Naturforschenden Gesellschaft vorgestellt (Galle 1912, 81, gibt für das Instrument von "Oppikofer, Ingenieur in Unteroppikon", das Jahr 1827 an, ohne diese feste Angabe einer Jahreszahl zu begründen). Der derzeitige Aufenthaltsort des Instruments ist unbekannt; 1868 war es definitiv (Fischer 1868, 39, Fußnote 1), um 1900 wahrscheinlich noch in Bern beheimatet. Die obige Zeichnung aus Fischer 1868 ist nach dem damals noch vorhandenen (oder auffindbaren) Original hergestellt worden, besitzt also eine gewisse Authentizität und ist im Augenblick ohnehin die einzige derartige Quelle.

Ernst 1833 ff.

Heinrich Rudolf Ernst (1803-1863), der nach seiner Fertigstellung des Oppikoferschen Instruments in Paris wirkte, scheint zunächst ein weiteres Instrument nach Oppikoferscher Bauart, wenngleich mit einigen kleineren Verbesserungen, um 1833 auf eigene Faust hergestellt zu haben; er stellte am 3. Februar 1834 in Paris "sein" Planimeter vor (dies allerdings auch im Namen von Oppikofer), worüber Navier und Puissant am 2. Juni 1834 einen Bericht verfassten. Ernst erhielt 1836 für seine "Verbesserungen am Oppikoferschen Planimeter" den *Prix Montyon* (mit einer Würdigung von Poncelet) und wurde 1839 mit einer Medaille ausgezeichnet (Benoît 1850).

Abb. 51: Orthogonalplanimeter von Ernst



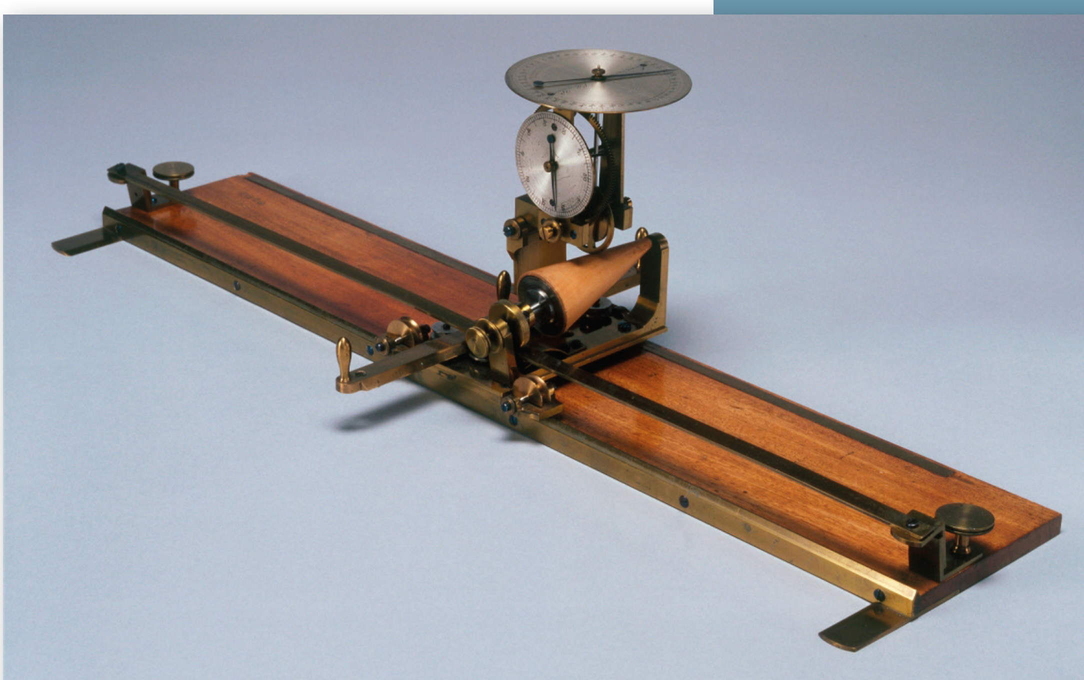


Wohl das von Ernst in Paris vorgeführte Instrument befindet sich heute in Paris (*Musée des Arts et Métiers,* Inv.-Nr. 02624-0000; Zugang 1840, signiert "Ernst, rue de Lille, 11 Paris"). Ein weiteres ist in Aarhus beheimatet (*Institut for de eksakte Videnskabers*, Universität Aarhus, Inv.-Nr. 103-007). Dieses letztere Instrument trägt – anders als das Pariser Exemplar und dabei deutlicher auf die Rolle Oppikofers verweisend – den Vermerk "Inventé par Oppikofer, Géometre, Perf[ection]n[é] par R. Ernst rue de Lille N 11 à Paris". Der Öffnungswinkel des Ernstschen Kegels beträgt übrigens nur 18° (Fischer 1868, 93).

Abb. 52: Orthogonalplanimeter von Ernst

Wir betonen aber hier, dass sowohl bei der Präsentation 1834 in Paris als auch bei der Preisverleihung 1836 als auch bei der Inschrift auf dem Instrument aus Aarhus auf die Rolle Oppikofers als des eigentlichen Erfinders – zumindest nach dem Kenntnisstand von Ernst – klar und deutlich hingewiesen wurde. Trotzdem kam es in der Folgezeit vielfach zu der Zuschreibung an Ernst, ohne Oppikofer zu erwähnen.

Abb. 53: Orthogonalplanimeter von Ernst, ohne Instr.-Nr., um 1833



Wetli 1849

Da die zwischen 1839 und 1841 auch durch einschlägige Publikationen bekannt gewordenen Planimeter von Oppikofer-Pfäffli-Ernst (einige andere Adaptoren wie Clair, Morin und Lalanne erwähnen wir hier nur parenthetisch) allesamt den Kegel/Rolle-Mechanismus benutzten, war der Weg für die Wiedererfindung des schon von Gonnella veröffentlichten Scheibe/Rolle-Mechanismus frei; dies geschah 1849 durch den Schweizer Kaspar Wetli (1822-1889). Diese Erfindung ist zwar mit großer Sicherheit unabhängig von Gonnella erfolgt (auch wenn hier schon wieder ein Schweizer auftaucht – vgl. die undurchsichtige Rolle von Oppikofer), aber einmal mehr muss man feststellen, dass zu diesem Zeitpunkt bereits zwei Publikationen Gonnellas zum Scheibe/Rolle-Mechanismus vorlagen, der kurze Artikel Gonnella 1825 und die breite, ausführliche Buchpublikation in den *Opuscoli matematici*, also Gonnella 1841, und offenbar weiterhin niemand in den einschlägigen Kreisen davon Kenntnis genommen oder erhalten hatte.

Von Simon Stampfer (1792-1864) in Zusammenarbeit mit der von Georg Christoph Starke (1794-1865) geleiteten Mechanischen Werkstätte des K. K. Polytechnischen Instituts in Wien 1850 zur Produktionsreife gebracht (Stampfer 1850), gelangte das "Wetli-Starke"-Planimeter zu noch breiterer Bekanntheit innerhalb des Kreises der potentiellen Anwender, vornehmlich der Vermessungsingenieure. Die ab 1866 als Firma Starke & Kammerer geführte Mechanische Werkstätte des K. K. Polytechnischen Instituts scheint noch etwa bis 1890 diese Instrumente hergestellt zu haben.

Über den Beginn der Serienfertigung von Wetli-Starke-Planimetern höre man Stampfer 1850: "Der Erfinder [Wetli] überschickte einen solchen Apparat an den Werkmeister am hiesigen polytechnischen Institute Herrn C. Starke, und dieser hat in Gesellschaft mit ersterem sich ein ausschliessliches Privilegium auf die Verfertigung solcher Planimeter im Inlande erworben. Das vorliegende Exemplar ist, ausser einigen Abänderungen, die nach zahlreichen Versuchen zweckmässig erschienen, dem ursprünglichen Muster nachgebildet." So weit wir es überblicken, unterblieb sowohl bei Stampfer, dessen Artikel ursprünglich in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie erschienen war, aber von dort ausgehend in Separatdrucken und einschlägigen Zeitschriften weite Verbreitung fand, als auch in den Redaktionen dieser Zeitschriften jeglicher Hinweis darauf, dass irgend jemand die Eigenschaft der Scheibe als Mantel eines Kegels mit Öffnungswinkel 180° erkannt oder gar darauf hingewiesen hätte. Aber schon drei Jahre später, in Bauernfeind 1853, hatte sich das radikal ins Gegenteil geändert: Denn *dieser* fasste das Planimeter von Wetli nämlich schon als *ohne* prinzipiellen Unterschied zum Planimeter von Ernst auf und reduzierte dadurch den Beitrag von Wetli auf nahezu eine Trivialität. Gonnella aber war auch Bauernfeind immer noch nicht bekannt und blieb daher einmal mehr ungenannt. Ebenso deutlich nach ihm auch Fischer 1868, 93: "Das Wetli'sche Planimeter kann aus dem Oppikofer-Ernst'schen entstanden gedacht werden, wenn man sich den Kegel des letzteren [...] so umgewandelt denkt, dass die Mantellinie mit der Kegelaxe einen rechten Winkel bildet, mit andern Worten: w e n n m a n f ü r d e n K e g e l e i n e S c h e i b e s u b s t i t u i r t."

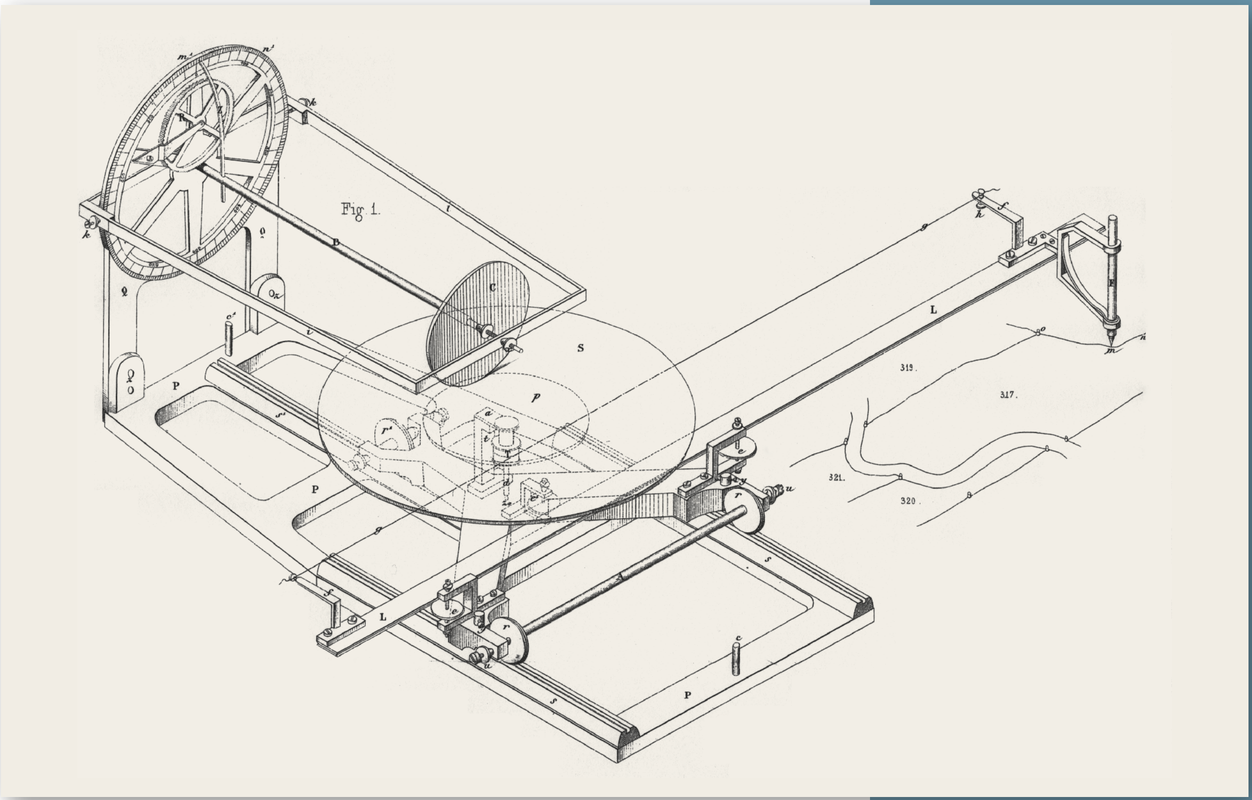


Abb. 54: Orthogonalplanimeter Wetli-Starke

Das Instrument ist so dimensioniert, dass der Fahrstift in x-Richtung 8", in y-Richtung 6" Bewegungsfreiheit hat (rund 21 cm × 16 cm oder rund 340 cm² vom Planimeterarm erreichbare Fläche), was "für die Praxis vollkommen genügen dürfte" (Stampfer 1850; der Doppelapostroph " hinter den Zahlen meint hier nun zwar weiterhin Zoll, diesmal aber *Wiener* Zoll zu rund 2.63 cm). Die x-Richtung ist, wie man aus der obigen Abbildung eines konkreten Instruments und der anschließenden Funktionsbeschreibung erkennen konnte, die Richtung, in der der Fahrarm samt Fahrstift senkrecht zum Wagen, der ihn und die Scheibe trägt, verschoben werden kann, und dabei die Scheibe in Drehung versetzt. Die y-Richtung ist also die senkrecht dazu verlaufende Richtung, in der sich der Wagen bewegen kann. Die Messrolle bleibt relativ zum Instrumentenrahmen in fester Position; die Scheibe (auf dem Wagen) bewegt sich so unter ihr, dass der Auflagepunkt stets auf einem Scheibendurchmesser liegt, wobei die Messrollenebene senkrecht zu diesem Durchmesser steht. Genauer müsste man daher in Bezug auf die Bewegungsmöglichkeit sagen, dass der Wagen aus einer Mittellage heraus (sie sei dadurch definiert, dass sich der Messrollenauflagepunkt im Scheibenzentrum befindet) um bis zu ±3" in y-Richtung verschoben werden kann. Diese Grenzen sind offenbar nur dadurch gesetzt, dass bei größeren Entfernungen aus der Mittellage heraus die Messrolle über den Rand der Scheibe fallen würde (was natürlich durch entsprechende Anschläge für die Bewegung des Wagens vorher verhindert wird), woraus man wiederum entnimmt, dass die Scheibe einen Durchmesser von etwas mehr als 6" (15 bis 16 cm) besitzt.

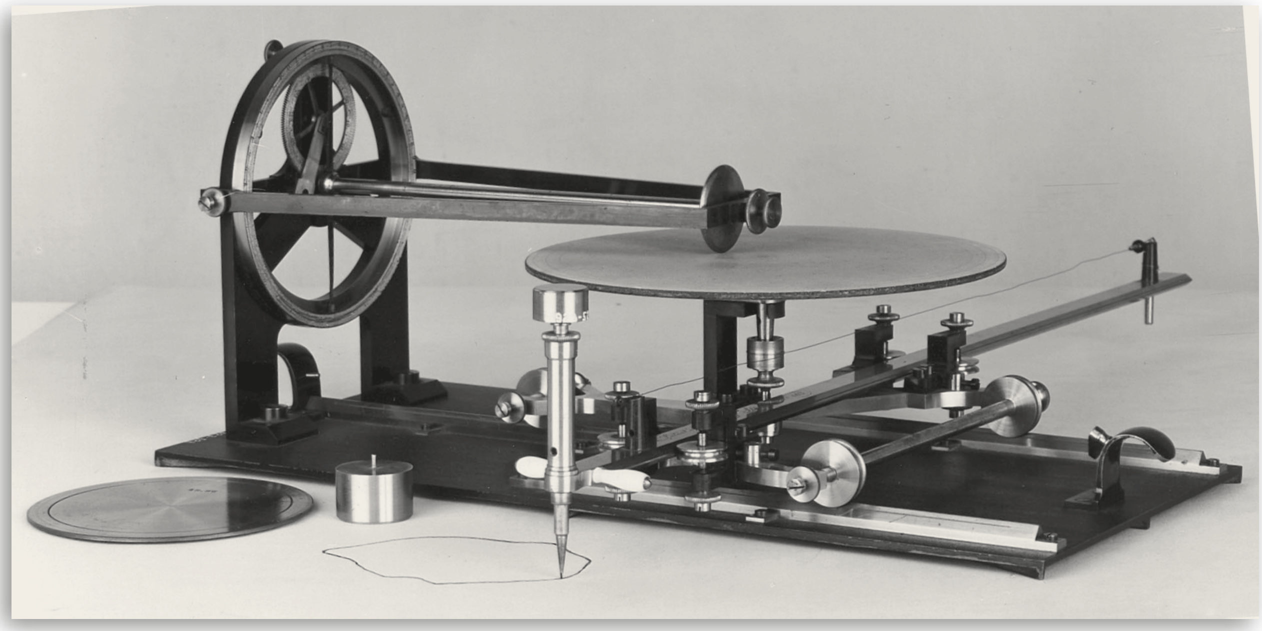


Abb. 55: Orthogonalplanimeter Wetli-Starke, Instr.-Nr. 103, um 1860

Die Messeinheit

Eine Rollenumdrehung entspricht einem Messrollendrehwinkel $v = 2\pi$. Ganze Rollenumdrehungen werden von einem eigenen Zählrad registriert. Bei dem von Stampfer beschriebenen Instrument soll eine ganze Rollenumdrehung 2 Wiener Quadratzoll entsprechen, also muss $2Rr\pi = 2$ sein, wenn auch die Radien R des Messrädchens und r der Antriebswelle der Scheibe in Wiener Zoll gemessen werden; daraus resultiert $Rr = 1/\pi = 0.31831$ (Wiener Quadratzoll). Über das Verhältnis von R zu r wird nichts ausgesagt; die den Stampferschen Artikeln beigegebenen Zeichnungen lassen auf $R : r \approx 1.55$ ($\approx \pi/2$?) schließen, was auf $r \approx 0.45" \approx 12$ mm, $R \approx 0.7" \approx 18.5$ mm führt.

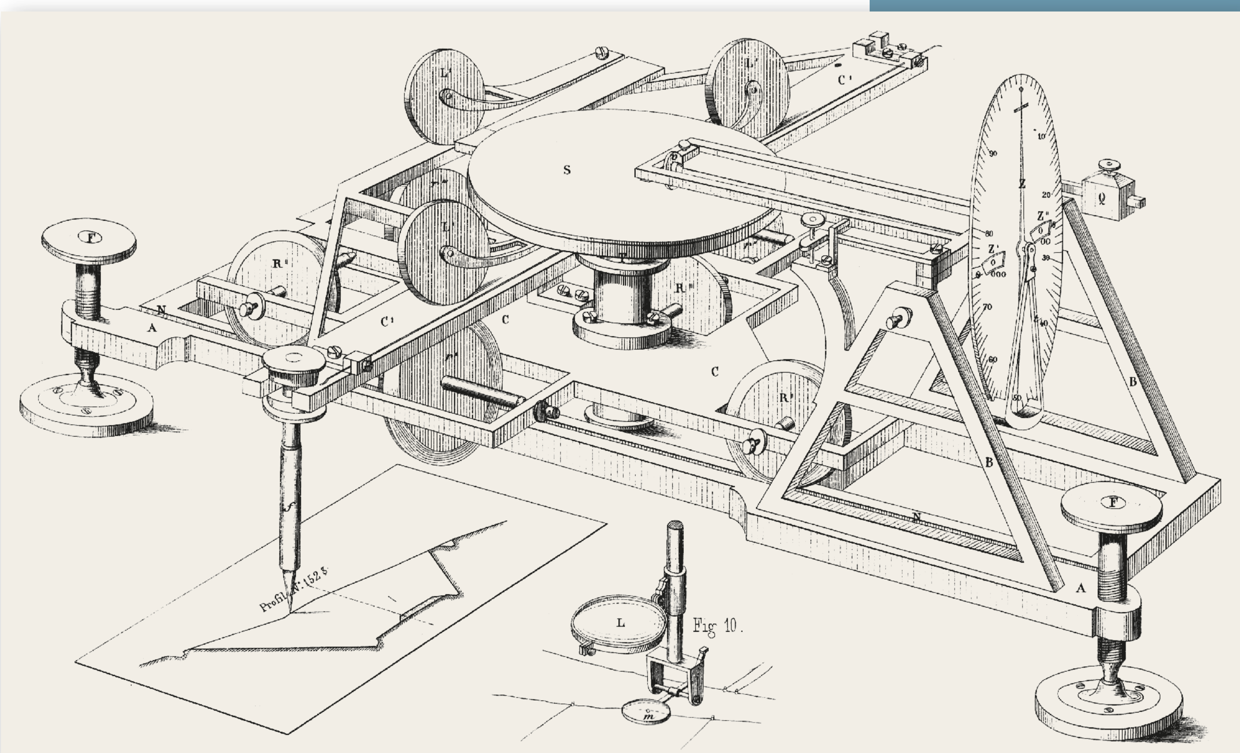
Da die Anwendungen eines Planimeters damals vornehmlich im Bereich der Vermessungs- und Katasterämter lagen, führt das verbal formulierte und in Österreich gängige Maßstabsgesetz für Katasterblätter, "1 Quadratzoll der Zeichnung entspricht 1 Joch in der Natur" (in heutiger Notation 1 : 2880), dazu, dass das Messergebnis auf einer Karte dieses speziellen Katastermaßstabs sofort und ohne weitere Rechnung in Joch anfällt.

Ein Instrument von Wetli wurde auf der Londoner *Great Exhibition* 1851 gezeigt (der ersten Weltausstellung) und mit einer *Prize Medal* ausgezeichnet – das war etwas weniger wert als Gonnellas *Council Medal*, aber mehr als die *Honorable Mention*, die Hansen-Ausfeld (s. anschließend) und Sang (s. u.) erhielten.

Hansen 1850

Rasch um 1850/51 wurden von dem Astronomen Peter Andreas Hansen (1795-1874) in Gotha weitere Verbesserungen am Wetli-Starke-Planimeter angebracht; die so modifizierten Instrumente wurden in der Gothaer Werkstatt von Hermann Ausfeld (später von seinem Nachfolger Paul Schadewell) hergestellt und meist als "Wetli-Hansen"-Instrumente bezeichnet. Wir ziehen hier die in Analogie zu "Wetli-Starke" in der Form <Erfinder>-<Hersteller> gebildete Bezeichnung "Hansen-Ausfeld" vor.

Abb. 56: Orthogonalplanimeter Hansen-Ausfeld



Bauernfeind 1853 widmet dem Hansen-Ausfeld-Planimeter die größte Aufmerksamkeit. Das ist insofern gut verständlich, als das Planimeter von Ernst nur wenige Male hergestellt wurde, und über das Planimeter von Wetli damals nur vorlag, dass es in der polytechnischen Werkstatt Wien hergestellt werden konnte. Über die Produktionszahlen der Wiener kann man leider nichts Verlässliches aussagen; es sind Wetli-Starke-Planimeter in geringer

Anzahl bekannt (sechs Stück zur Zeit), deren Instrumentennummern aber, sofern bekannt, von 44 bis 226 streuen. Daraus jedoch zu schließen, dass diese Instrumente durchnummeriert wurden und es daher mehrere Hundert dieser Instrumente gegeben hat, ist einerseits angesichts der noch "überlebenden" Instrumente, und auch andererseits angesichts der Vielfältigkeit der Herstellung bei den Polytechnischen Werkstätten äußerst fraglich. Hingegen ist von den Hansen-Ausfeld-Instrumenten auch nur eine geringe Zahl bekannt (immerhin aber zur Zeit neun Stück), deren Seriennummern von 14 bis 57 streuen; das ist in weitaus "glaubwürdigerer "Relation zur Zahl der erhaltenen Instrumente, legt eine Durchnummerierung nahe und berücksichtigt zudem, dass die kleine Gothaer Werkstatt sich sicherlich keiner solchen Vielzahl von verschiedenen Aufträgen ausgesetzt sehen musste wie die Werkstatt eines

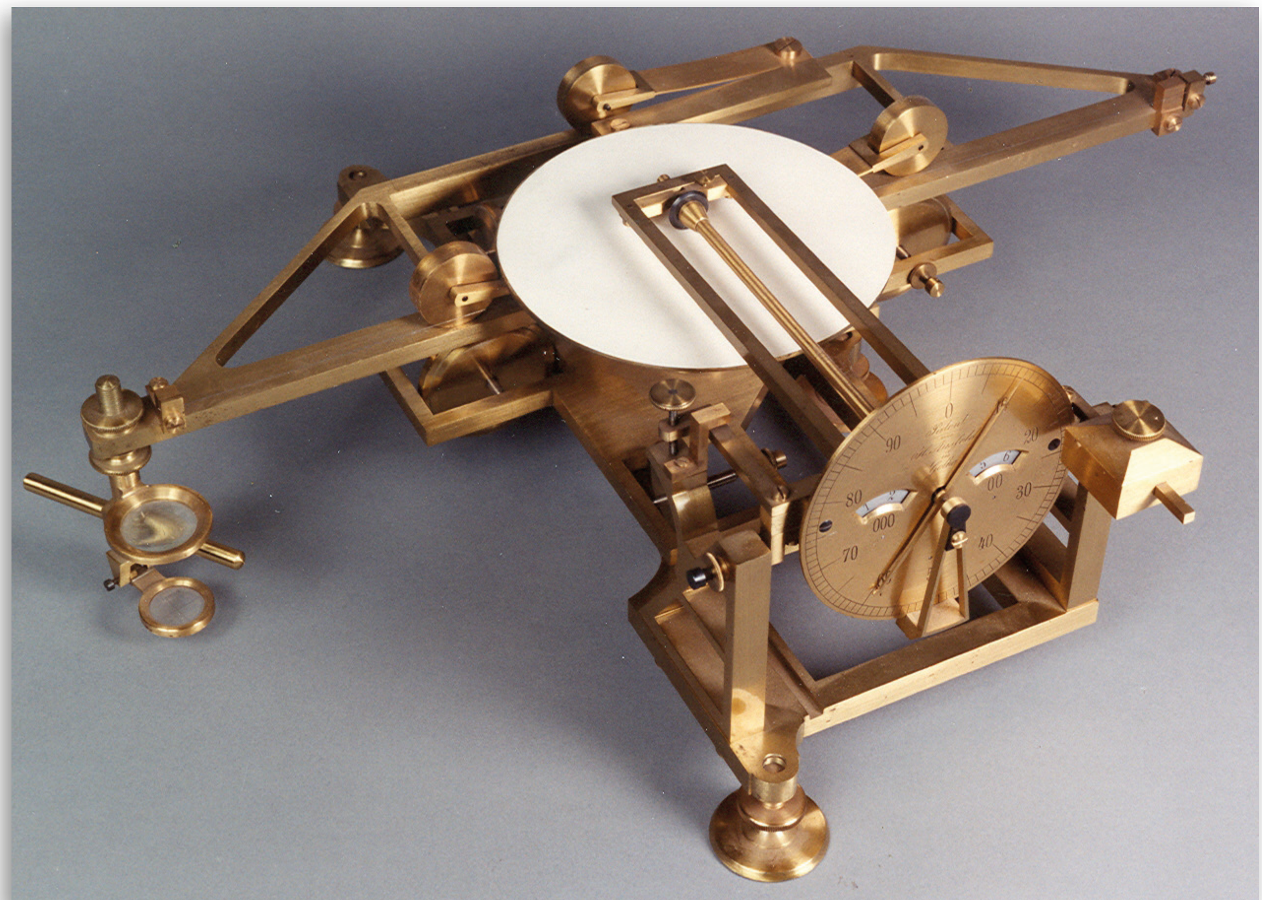


Abb. 57: Orthogonalplanimeter Hansen-Ausfeld, ohne Instr.-Nr., um 1855

Polytechnischen Instituts, bei der die Herstellung von Planimetern nur eine Aufgabe unter vielen sein konnte.

Das Hansen-Ausfeld-Instrument weist einige zusätzliche Neuerungen auf. So kann – wie die weiter oben reproduzierte Strichzeichnung aus Fischer 1868 in Fig. 51 zeigt, oder auch die konkrete Ausführung des Dresdener Instruments – eine Nachfahrlupe als Alternative oder zusätzliche Möglichkeit zum Fahrstift benutzt werden, die "zweigeteilt" konstruiert wurde: Auf oder knapp oberhalb der Zeichenfläche bewegt sich eine Fassung mit einem Glas, in dessen Mitte ein kleiner Kreis den Nachfahrpunkt markiert. Um ihn "besser im Auge" zu haben, ist etwas oberhalb eine Lupe angebracht. Auch diese Idee, eine separate Lupe zur besseren Beobachtung des Nachfahrpunkts einzusetzen, wurde später wieder aufgenommen, setzte sich aber schließlich – jedoch so richtig erst 100 Jahre später, nach dem Zweiten Weltkrieg – in der Form der "integrierten" Fahrlupen bei den dann gängigen Polarplanimetern durch.

Dimensionierung

Da ausreichend Instrumente bekannt sind, aber keine Beschreibungen oder Gebrauchsanleitungen, die es vermutlich aber gegeben hat, muss man die Dimensionierung des Instruments entweder durch Ausmessen ermitteln oder der Literatur entnehmen; hier bietet sich natürlich erneut das Buch von Bauernfeind 1853 an. Er gibt einerseits an, dass der größte Umfahrungsbereich 16 cm × 8 cm oder rund 130 cm² sei (Bauernfeind 1853 , 29); das ist wesentlich kleiner als die Maße bei Wetli, ja: selbst als bei Zobel und Müller, aber offenbar für die meisten Zwecke ausreichend. Ferner teilt er mit, dass die Antriebswelle der Scheibe einen Durchmesser von 6.97 bayerischen Dezimallinien (20.343 mm; als auf zwei Stellen korrekte 20.34 mm angegeben bei Bauernfeind 1853, 16), also einen Radius r von 3.485''' besessen habe. Wir erinnern uns zunächst an die schon beim Wetli-Starke-Instrument hergeleitete Formel für den absoluten Wert einer Radumdrehung, 2Rrπ, wobei wieder R den Radius des Messrädchens bezeichnen soll; ferner ist durch die Anzeigeskala des Instruments dieser Wert nochmals in 100 Teile geteilt (auf die Schätzung kleinerer Teile verzichten wir hier). Wenn dann ein solcher Teil 1□''' (bayerische Dezimallinien) haben soll, dann muss gelten $\frac{1}{100}$ 2Rπ · r = $\frac{1}{100}$ 2Rπ · 3.485''' = 1□''', oder R = (100 · 1□''') / (2π · 3.485''') = 4.567'''; dies ist also der resultierende Rädchenradius. Wir sehen, dass hier bei einem Radius von 13.329 mm der Durchmesser des Messrädchens mit 2.666 cm ganz handlich ausfällt.

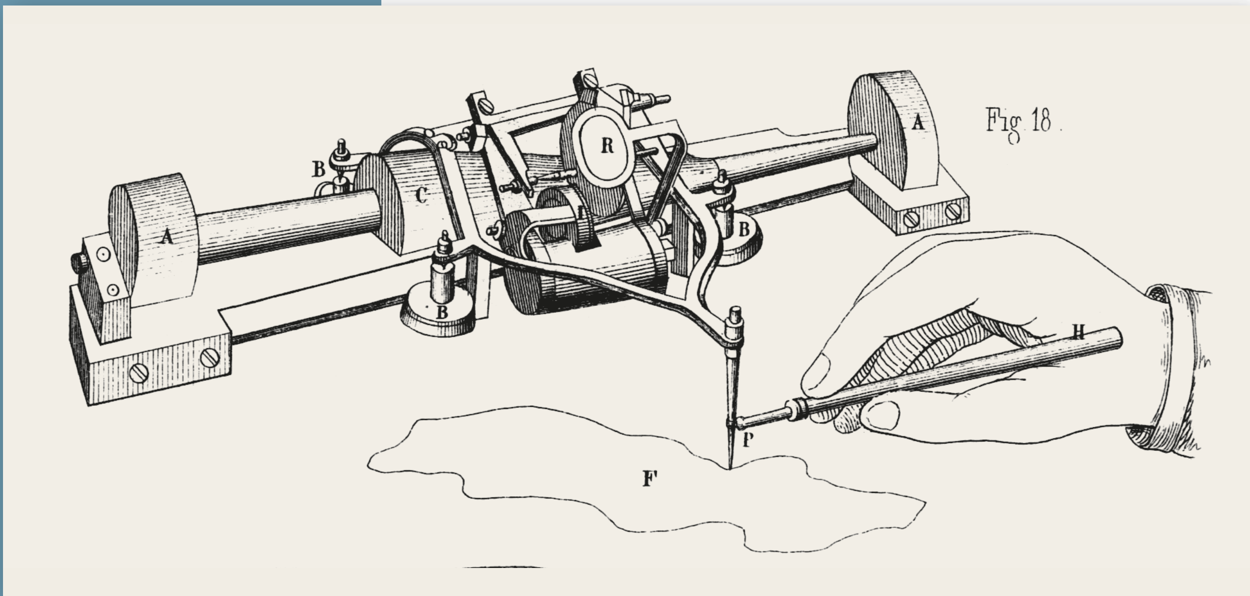
Wie beim Wetli-Starke-Instrument hat man nun durch die geeignete Wahl von R, dem Radius des Messrädchens, eine einfache Möglichkeit, das Gerät auf andere Maße zu adaptieren. Wir erinnern hier an die Maschine von Zobel und Müller, bei der das durch den Zahnabstand des "Rechens" erledigt werden konnte. Auch Bauernfeind 1853, 17, gibt an, dass er für "den hiesigen Planimeter [...] drei Rädchen anfertigen" ließ, "welche 1 bayerische Dezimal-Quadratlinie, 1 englische Duodezimal-Quadratlinie und 4 Quadrat-Millimeter als Flächeneinheit" für einen Teil(strich) lieferten. Wir vergleichen zunächst, weil das für uns einsichtiger ist, die Angaben im metrischen System: 1 bayerische Quadratdezimallinie hat 8.518 mm², 1 englische Quadratduodezimallinie 4.480 mm²; beide sind also größer als die für das metrische System von Bauernfeind gewählten 4 mm². Die Kantenlängen der entsprechenden Quadrat-flächen sind 2.919 mm, 2.117 mm und 2 mm. Der resultierende Rädchenradius ergibt sich auf gleichem Weg wie oben zu 4.567''', 2.402''' und 2.145''', also 13.329 mm, 7.011 mm und 6.259 mm. Wie nicht anders zu erwarten, sind die Rädchenradien und -durchmesser proportional zur gewählten Flächeneinheit bzw. zu einem Teilstrich der Skala; die Durchmesser werden also über die bekannten 2.666 cm zu 1.402 cm und schließlich zu 1.252 cm kleiner.

Dass diese Rechnungen und Angaben richtig sind, ist eigentlich klar: Wir verifizieren sie aber abschließend noch in einem Beispiel, indem wir $2Rr\pi$ mit den von Bauernfeind 1853, 20-21, angegebenen Werten direkt ausrechnen: $2Rr\pi = 2 \cdot 4.567''' \cdot 3.485''' \cdot 3.14159 = 100.0031459 \approx 100$; wir erhalten also eine sehr gute Übereinstimmung.

Sang 1850

Die Geschichte wäre aber nicht vollständig ohne das Planimeter von John Sang (1809-1887), der von Bauernfeind absichtlich ausgelassen wurde, obwohl sein Instrument – wie auch das von Gonnella – auf der ersten Weltausstellung, die 1851 in Londons Kristallpalast stattgefunden hatte, gezeigt und immerhin mit einer *Honorable Mention* (also deutlich schwächer als Gonnellas *Council Medal*) ausgezeichnet worden war: "Den Planimeter von S a n g , welcher im 122. Bande des Dinglerschen polytechnischen Journals abgebildet und beschrieben ist, schließe ich übrigens von dieser Darstellung aus, weil er sich von dem 10 Jahre älteren Ernst'schen Planimeter fast gar nicht unterscheidet" (Bauernfeind 1853, 7); diese Begründung kann man aber so nicht stehen lassen.

Abb. 58: Orthogonalplanimeter von Sang



John Sang aus Kirkcaldy (Schottland) verwendete um 1850 wieder den Kegel/Rolle-Mechanismus und stellte mehrere Instrumente in Kleinserie her, möglicherweise sogar mehr als 50 Stück, wenn man den als Instrumentennummern interpretierbaren Zahlen auf einigen seiner von ihm Platometer genannten Planimeter trauen darf.

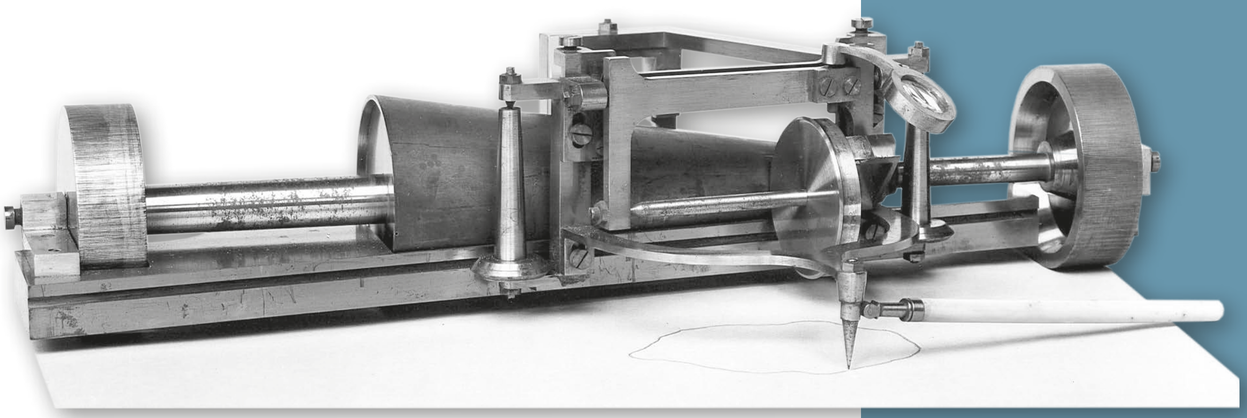
Die höchste bekannt gewordene Zahl dieser Art ist seit jüngstem die 50; etliche Instrumente sind nicht erkennbar nummeriert, bei einigen anderen sind Instrumentennummern. noch nicht festgestellt bzw. ist noch nicht nach solchen Zahlen gesucht worden; mindestens die weiteren Nummern 33, 35, 42, 45 und 46 sind neben besagter Nr. 50 durch heute noch existierende Geräte belegbar.

Sangs Planimeter ist nicht nur das erste Orthogonalplanimeter, sondern anscheinend das erste Integrierinstrument überhaupt, bei dem die geradlinige Bewegung in einer Richtung (hier in der x-Richtung eines cartesischen Koordinatensystems) nicht entlang einer Führungsschiene oder eines Führungsgleises erfolgte, sondern bei dem ein Walzenpaar den gesamten Apparat sozusagen immateriell auf einer Geraden führte – und das macht Bauernfeinds absichtliche Auslassung umso unverständlicher. Solche Instrumente wurden später, als man die Vorzüge besser erkannte, Rollplanimeter, Walzenplanimeter usw. genannt und eben auch absichtlich in dieser Form hergestellt.

Die Messeinheit

Die (kleinste) Messeinheit des Sangschen Instruments wird in der Regel mit 1/100 Quadratzoll, entsprechend 6.452 mm², angegeben; zur besseren Ablesbarkeit der Rollenteilung und des Nonius (s. u.) wird bei Sang dafür übrigens schon die erst viel später wieder aufkommende Ableselupe eingesetzt. Dieser Wert ist – zumindest für ein Orthogonalplanimeter – relativ groß, auch im Vergleich zu zeitgenössischen anderen Orthogonalplanimetern, und findet seine Erklärung darin, dass Sang verhältnismäßig große Messrollen verwendete, bei denen entweder nur eine einzige oder allenfalls eine kleinere Zahl von Umdrehungen vorgesehen waren. Damit wurde die Ablesegenauigkeit nahe vollständig auf die Teilung der Rolle und den Nonius verlagert.

Abb. 59: Orthogonalplanimeter von Sang ohne (erkennbare) Instr.-Nr.



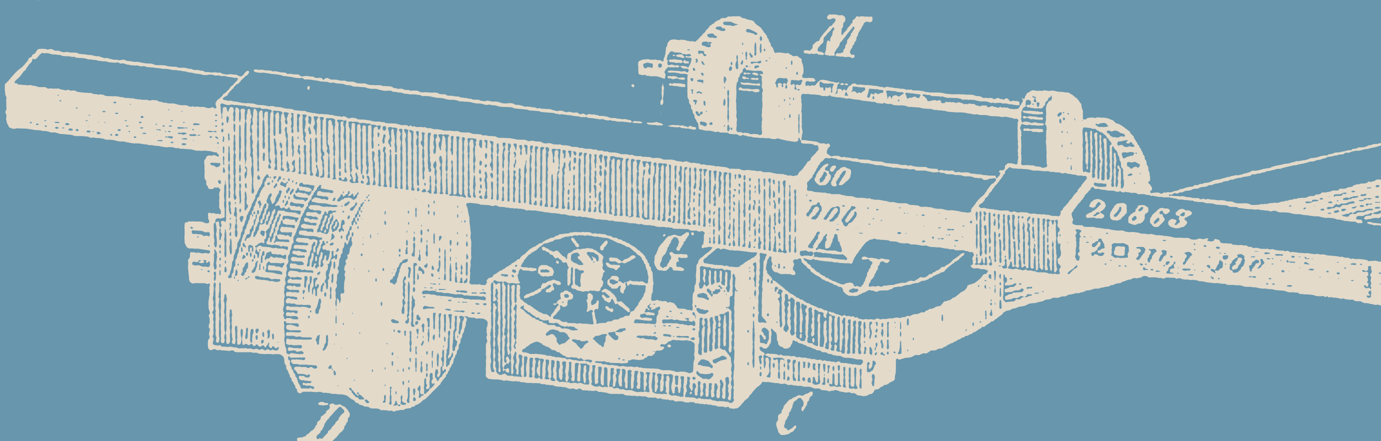
Messbereich (I)

Für einige Instrumente (z. B. zwei der drei Instrumente im *National Museum of Scotland*, nämlich die mit den Inv.-Nrn. T.1946.8, Instr.-Nr. 45, und T.1948.X.7, Instr.-Nr. 42, oder das Instrument im *Science Museum*, Inv.-Nr. 1927-438, ohne Instr.-Nr., [alte] Bild-Nr. 3292) wird der Messbereich in der in den Deckel des Etuis eingeklebten Bedienungsanleitung mit ca. 9" × ca. 6" ≈ 54 englische Quadratzoll (rund 23 cm × 15 cm) angegeben, was etwas erstaunen mag, weil man eher von ∞" × 6" ausgehen würde, da die Bewegung in x-Richtung ja theoretisch unbegrenzt ist. Die Bedienungsanleitung lässt erkennen, dass Sang jedoch davon ausging, dass die – wie schon erwähnt verhältnismäßig große – Messrolle sich maximal einmal drehen soll, da er bei dieser Instrumentenversion kein Zählwerk für ganze Rollenumdrehungen vorgesehen hatte. Wie man aus der Anleitung weiter erkennt (jedoch nur sehr indirekt), entsprach eine solche volle Rollendrehung nicht der als maximaler Messbereich angegebenen ungefähren Fläche von etwa 54 Quadratzoll, sondern einem Flächeninhalt von *genau* 50 Quadratzoll. Die Angabe von rund 9" × 6" als Arbeitsbereich dient also nur dazu, dem Benutzer die gegebenenfalls erforderliche Unterteilung einer großen Fläche in Teilflächen zu ermöglichen, aber auch gleichzeitig, um sicherzustellen, dass die Messrolle pro Messung möglichst *nicht mehr als eine volle Umdrehung* macht.

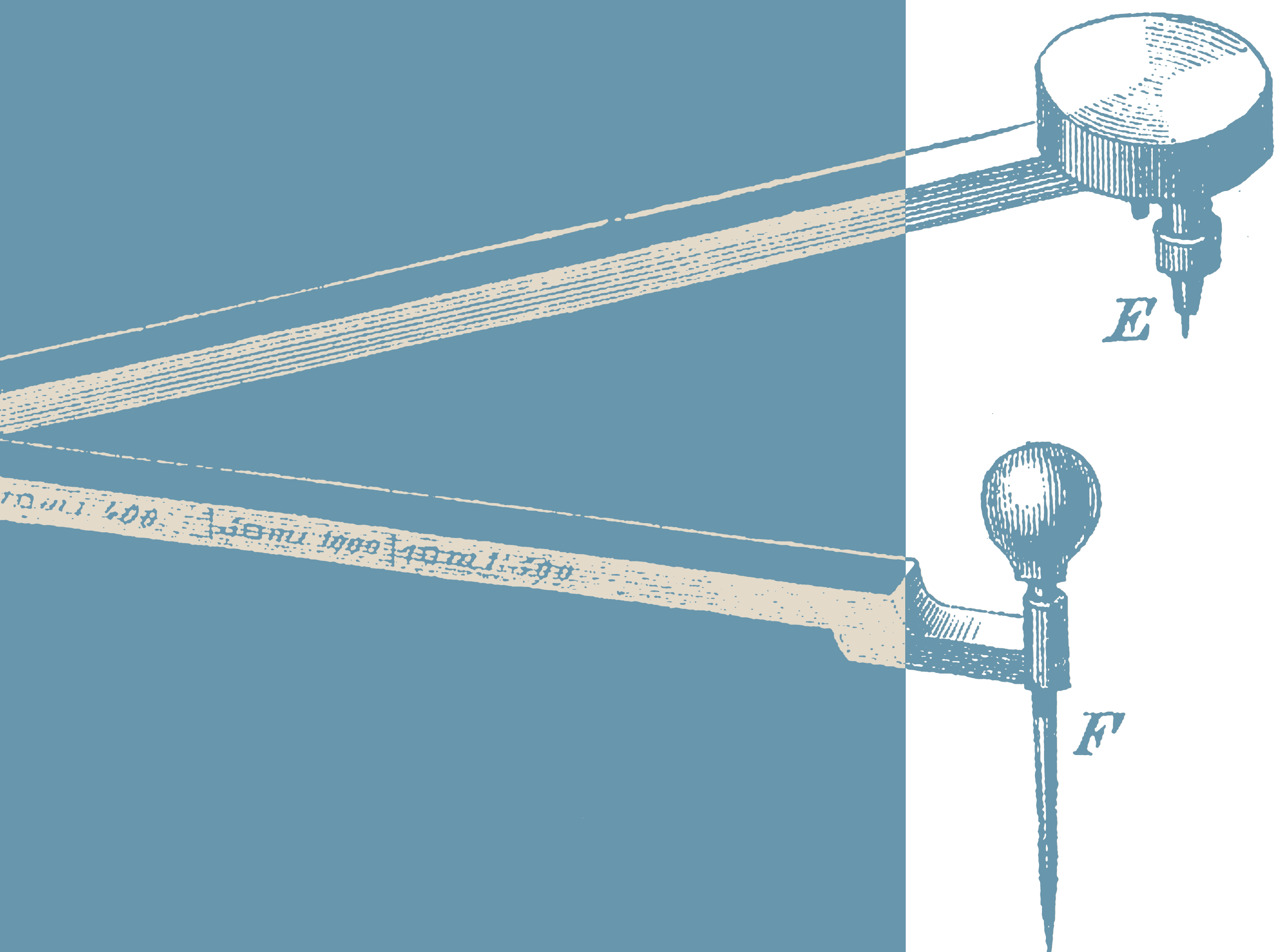
Messbereich (II)

Für andere Instrumente wird der Messbereich mit 22" × 4.5" (das sind rund 56 cm × 11.5 cm) angegeben (z. B. von Fischer 1868, 42, oder in Cat. SM ²1975, 53 [Kat.-Nr. 186], bei der Beschreibung der Zeichnung eines Sang-Platometers, Inv.-Nr. 1924-556), was erneut etwas erstaunen mag, weil man wieder eher von ∞" × 4.5" ausgehen würde, da die Bewegung in x-Richtung ja theoretisch unbegrenzt ist. Es ist aber hier wohl so, dass die Begrenzung auf 22" nur meint, dass dann eine *Anzeigevorrichtung* für die *ganzen Quadratzoll* "erschöpft" war. Denn wie man sofort sieht, ist 22 · 4.5 = 99, und das lässt darauf schließen, dass die Ablesung für die ganzen Quadratzoll maximal zweistellig war, also spätestens eben bei "99" aufhören musste.

Nº 3 - 4.



Die weitere Entwicklung



Die weitere Entwicklung

Mit den in Serie gefertigten Planimetern Wetli-Starke (ab 1849/50), Hansen-Ausfeld (ab 1850/51) und Sang (ebenfalls ab 1850) war das Thema der Flächenmessung nun schlagartig ins allgemeine Bewusstsein getreten. Nach der weiterhin andauernden Vernachlässigung bzw. Nichtbeachtung der Ergebnisse von Gonnella hatten die Publikationen von Simon Stampfer aus dem Jahr 1850 dazu entscheidend beigetragen, und 1853 fügte sich ihnen die Veröffentlichung von Bauernfeind hinzu. War die Kenntnis der Tatsache, dass es theoretisch exakte mechanische Flächenmessung überhaupt geben konnte, zuvor noch eine Art Geheimtipp gewesen, wusste nun eine größere Schar von Interessierten darüber Bescheid. Angesichts der damals vorliegenden oder in Herstellung begriffenen Instrumente vom Scheibe/Rolle-Typus schien es, als habe man damit schon eine Entwicklungsstufe erreicht, die weitestgehend ausgereift war; in der Tat wurden ihnen bis zu ihrem Ende um 1890 nur noch kleinere Modifikationen zuteil. Die Instrumente waren jedoch aufwendig herzustellen und dementsprechend teuer, und vor allem das setzte eine Suche nach einfacheren, insbesondere kostengünstigeren Lösungen in Gang.

So kam es dazu, dass im Zeitraum 1851-1856, also innerhalb von nur fünf Jahren, eine Fülle von Vorschlägen gemacht wurde, wie man sich dem Problem auf völlig andere Weise nähern konnte – und zwei nahezu identische Ideen brachten 1854/55 bzw. 1855/56 unabhängig voneinander den Durchbruch. Bevor wir darauf eingehen können, müssen wir aber noch die Verwendungsweise illustrieren, die für die Messrolle bei diesen Anwendungen bedeutsam wird.

Die Messrolle als Flächenmesser

Bis jetzt wurde die Messrolle – unabhängig davon, ob sie auf einem Kegel auflag wie bei Hermann, Gonnella, Oppikofer, Ernst und Sang, oder auf einer Scheibe wie bei Gonnella, Wetli oder Hansen – als Bestandteil eines kontinuierlichen Multiplikationsgetriebes angesehen; der andere Bestandteil war im Wesentlichen der Kegel oder die Scheibe. Nun aber betrachten wir die Bewegung einer Messrolle für sich allein, wenn sie an einem zunächst beliebigen Ort auf einer Achse fester Länge montiert ist und aufliegend über eine Ebene bewegt wird.

Sehen wir uns an, was passieren kann, und beachten wir dabei drei Dinge: 1) die von der idealisierten Achse überstrichene Fläche, 2) den Weg des Auflagepunkts der Messrolle und 3) die tatsächlich von der Messrolle ausgeführten (Um-)Drehungen. Als Erstes bewegen wir die Messrolle senkrecht zu ihrer Rollenebene, versetzen also die Achse einfach in ihrer eigenen Richtung, z. B. nach rechts:

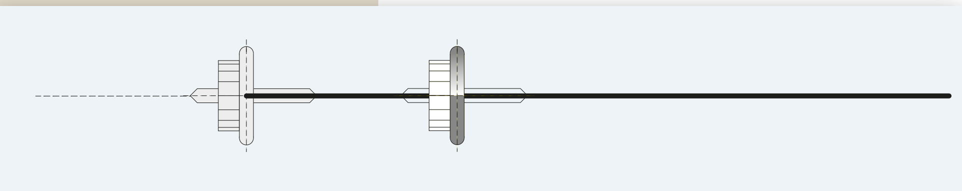


Abb. 60: Seitliches Versetzen von Achse und Messrolle

Die Achse – sie habe die Länge f – hat sich um einen Weg w (nach rechts) bewegt; sie hat dabei aber keine Fläche F überstrichen (also F = 0), sondern sich eben nur seitlich versetzt. Gleiches gilt für die Messrolle: Sie bzw. genauer ihr Auflagepunkt hat sich seitlich versetzt, aber sie hat sich nicht gedreht, sondern ist senkrecht zu ihrer eigenen Rollenebene nur geglitten. Wir wollen im Hinblick darauf, dass die Rolle sich bei der nächsten Bewegung, die wir betrachten werden, wirklich drehen wird, die Rollendrehungen als dimensionslose Zahl U messen; um den Drehweg h zu ermitteln, müssen die Rollendrehungen noch mit dem Umfang u der Messrolle zu $h = U \cdot u$ multipliziert werden. Bei der gerade betrachteten Bewegung ist U = 0, also auch h = 0, und daher stimmt der Drehweg der Rolle mit der überstrichenen Fläche überein und hat den Wert 0. Wir sehen außerdem, dass – wie hier – zwischen dem Weg w des Auflagepunkts (er ist von Null verschieden) und dem durch Drehung der Rolle zurückgelegten Weg h (er ist Null) durchaus ein Unterschied bestehen kann. Sehen wir also die nächste Bewegung:

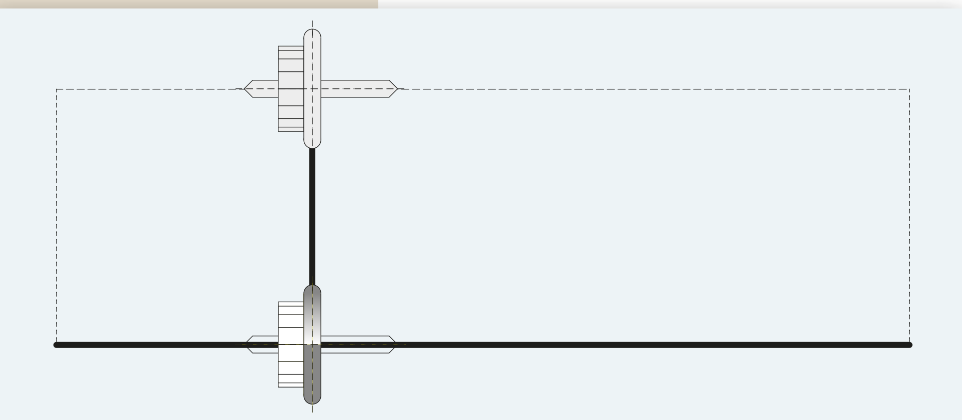


Abb. 61: Reine Vorwärtsbewegung von Achse und Messrolle

Bei dieser Bewegung genau in Richtung der Rollenebene um die Strecke w rollt auch die Messrolle um die gleiche Strecke ab; der Drehweg h ist nun also gleich dem Gesamtweg w. Die von der Achse überstrichene Fläche ist die eines Rechtecks der Breite f und der Höhe w = h, also $F = f \cdot w = f \cdot h$; in Worten: Die überstrichene Fläche ist gleich dem mit der Achsenlänge f multiplizierten Drehweg h der Messrolle.

Sehen wir nun, was bei einer Schrägbewegung der Achse samt Rolle herauskommt: Diese Bewegung kann man, wie schon andeutungsweise eingezeichnet, durch die zwei vorher betrachteten ersetzen: ein Gleiten, d. h. Versetzen längs der Achse, wobei weder eine Fläche überstrichen noch eine Drehung der Rolle bewirkt wird; und ein reines Rollen der Länge h (also wieder längs des Drehwegs der Messrolle) in die Endposition. Das überstrichene Parallelogramm ist aber zu dem Rechteck der Breite f und der Höhe h flächengleich; also ist die Fläche erneut $F = f \cdot h$, und wieder ist sie gleich dem mit der Achslänge f multiplizierten Drehweg h der Messrolle.

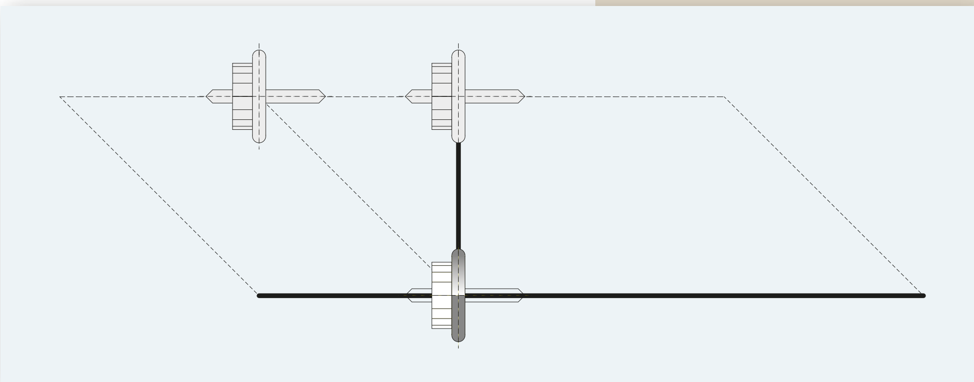


Abb. 62: Geradlinige Schrägbewegung von Achse und Messrolle

Nun kann eine Achse samt Messrolle auch über die Ebene geschwenkt werden; wir nehmen der Einfachheit halber an, dass dabei ein Ende der Achse, z. B. das linke, festgehalten wird:

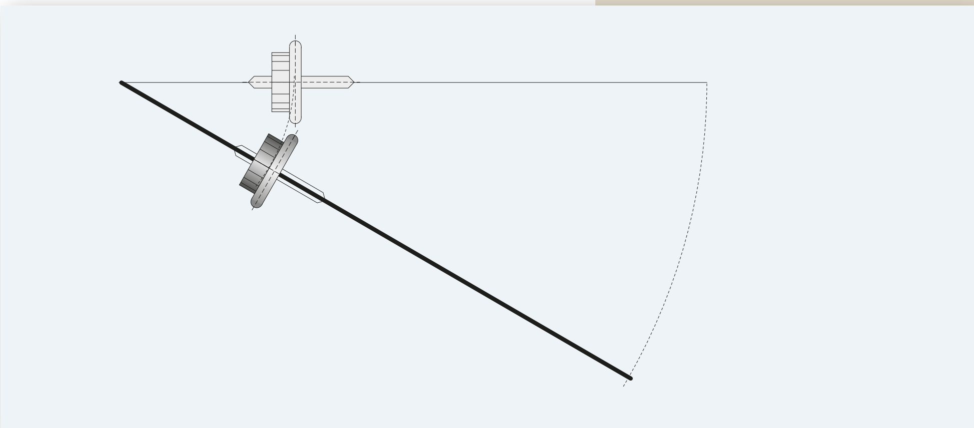


Abb. 63: Schwenken der Achse samt Messrolle um einen festen Punkt (hier das linke Ende der Achse)

Wir sehen, dass die Messrolle bei einer solchen Bewegung auf einem Kreisbogen rollt, ohne zu gleiten, also einen bestimmten rein rollend zurückgelegten Drehweg zurücklegt (der von ihrer Position auf der Achse abhängt). Es wird auch eine Fläche dabei von der Achse überstrichen; aber wenn die Achse am

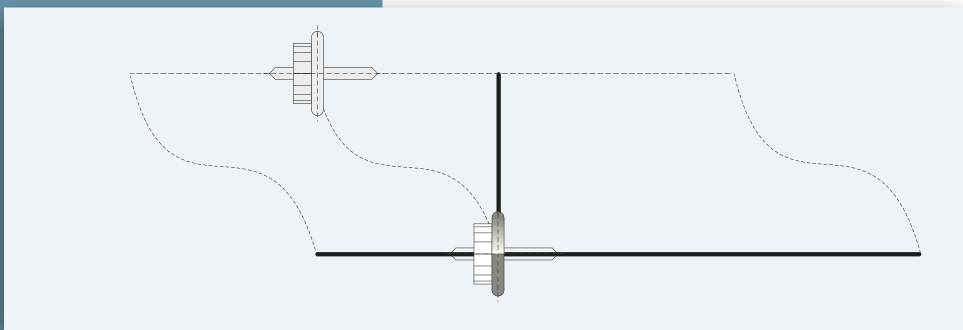


Abb. 64: Bewegung von Achse und Messrolle auf einem beliebigen Weg, aber mit zur Ausgangslage paralleler Endlage

Ende ihrer Bewegung wieder parallel zu ihrer Anfangslage ist, dann haben sich die Schwenkbewegungen egalisiert; die entsprechenden Flächen (es sind Kreissektoren) sind mal vorwärts, mal rückwärts überstrichen worden, haben sich in ihrer Gesamtheit also ebenfalls neutralisiert. Setzt man nun alle bisher betrachteten Bewegungen kontinuierlich und in beliebiger Abfolge zusammen und achtet nur darauf, dass die Achse am Ende parallel und in gleicher Orientierung zu ihrer Lage am Anfang ist, so kann z. B. folgendes Bild entstehen:

Das heißt also, dass wieder nur der senkrecht zu ihrer Achse zurückgelegte Weg als Drehweg zählt, und nur auf ihm rollt die Messrolle, ohne zu gleiten – solange die Endlage der Achse parallel zur Ausgangslage ist, was durch ein letztes Schwenken der Achse am Ende ihrer Bewegung stets hergestellt werden kann. Dann aber hat die Meßrolle den Drehweg h zurückgelegt, und Multiplikation mit der Achsenlänge f gibt wieder die insgesamt überstrichene Fläche an; diese Fläche ist aber erneut flächengleich zu einem Rechteck mit der Breite f und der Höhe h. Bewegt sich die Achse wieder zu ihrer Anfangslage zurück, rollt die Rolle rückwärts und zieht den dabei zurückgelegten Drehweg automatisch ab. Das ist im Einklang damit, dass wir die gleiche Fläche, die vorwärts überstrichen den Wert F hat, als –F in Anschlag bringen, wenn sie rückwärts überstrichen wird. Dieser Sachverhalt gilt ersichtlich auch dann noch, wenn die Rückwärtsbewegung nur teilweise erfolgt.

Abb. 65: Vorschlag für die Flächenmessung in der Wirklichkeit ("Feldplanimeter")

Fazit: Eine Messrolle ist in der Lage, die von ihrer Achse überstrichene Fläche zu messen, und genau diese Eigenschaft ist es, die die Instrumente von Amsler (1854/55) und Miller von Hauenfels (1855/56) benötigen bzw. ausnutzen. Eine nette Anwendung "im Großen" stammt von Karl (oder auch Carl) Culmann (1821-1881), dem Erfinder der Graphischen Statik:

Dazu Culmann: "Wäre z. B. auf der Mitte einer Stange, etwas länger als die größte Breite eines zu messenden Feldes, eine Art Wagenrad befestigt, so wären zwei Arbeiter im Stande den Apparat so schnell, die Enden der Stange über den Grenzen haltend, über ein Feld wegzurollen, dass der Geometer kaum folgen könnte; nichts weiter zu thun hätte, als hintendrein zu spazieren, und am Ende des Feldes dessen Flächeninhalt am Zählapparat des Rades abzulesen" (Culmann 1866, 50; hier zitiert nach Fischer 1868, 38).

Amsler 1854

Jakob Amsler (1823-1912) hatte Ende 1854 eine Eingebung, wie die Flächenberechnung auch noch betrachtet werden konnte. Anders als mit kontinuierlicher Multiplikation und damit letztlich der Imitation eines Integrationsvorgangs konnte man vorgehen, wenn man Flächen einfach als durch die Bewegung einer in ihrer Länge und Lage veränderlichen Linie entstanden dachte. Diese "synthetische" Betrachtungsweise lag eigentlich durchaus nahe – nur war sie bislang noch nicht wirklich zur Messung von Flächeninhalten benutzt worden; das getan zu haben, ist Amslers Verdienst. Die Flächenerzeugung durch die Bewegung von Linien wird aber – Amslers erste Idee – noch etwas einfacher, wenn man die erzeugende Linie in ihrer Länge fixiert und nur Lageveränderungen der Linie zulässt, und wenn man zusätzlich nur solche Bewegungen der Linie betrachtet, die geschlossen sind, d. h. bei denen die Linie in ihre Ausgangslage zurückkehrt. Bei einer solchen Bewegung erzeugen die Endpunkte der Linie geschlossene Kurven A und B, und es lässt sich etwas über die Flächeninhalte von A, B und der insgesamt von der Linie überstrichenen Fläche F aussagen. Die nachfolgende Figur illustriert eine solche geschlossene Bewegung; wenn beim Betrachter dabei so etwas wie räumlich-perspektivisches Sehen entsteht, dann ist das durchaus willkommen – denn der Beweis für den schon unterstellten Zusammenhang zwischen den beteiligten Flächen kann sich auch darauf stützen.

Es gilt nämlich die äußerst einfache Beziehung

F = B – A

Dabei ist F, wie schon gesagt, die von der Linie fester Länge *insgesamt* überstrichene Fläche. "Es möge genügen einen einfachen Fall zu zeichnen, bei dem die Richtigkeit des Satzes in die Augen springt. Der Leser wird sich dann auch die verwickelteren Fälle klar machen können."

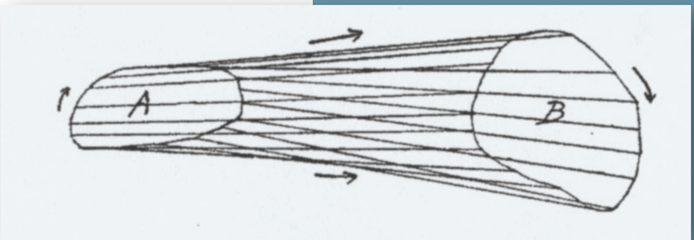
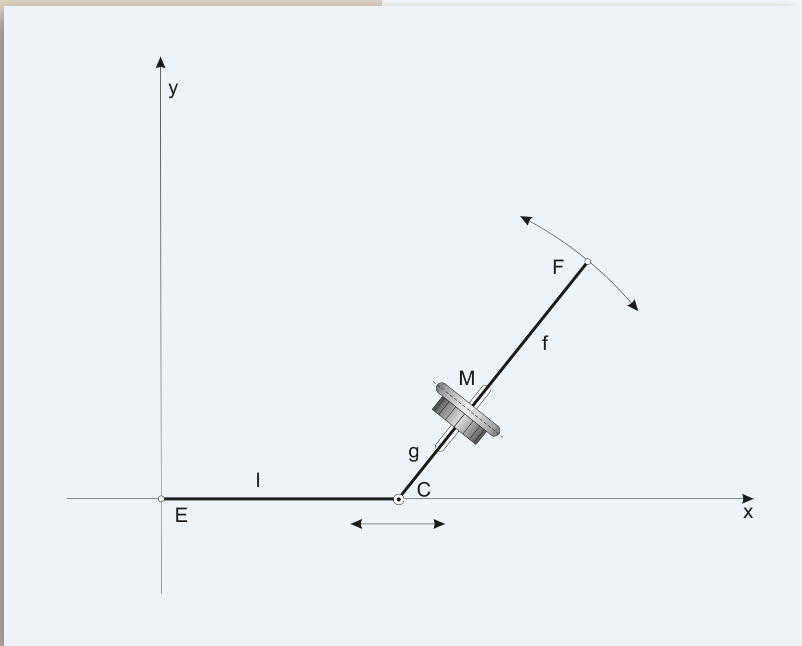


Abb. 66: Abbildung aus Runge 1895

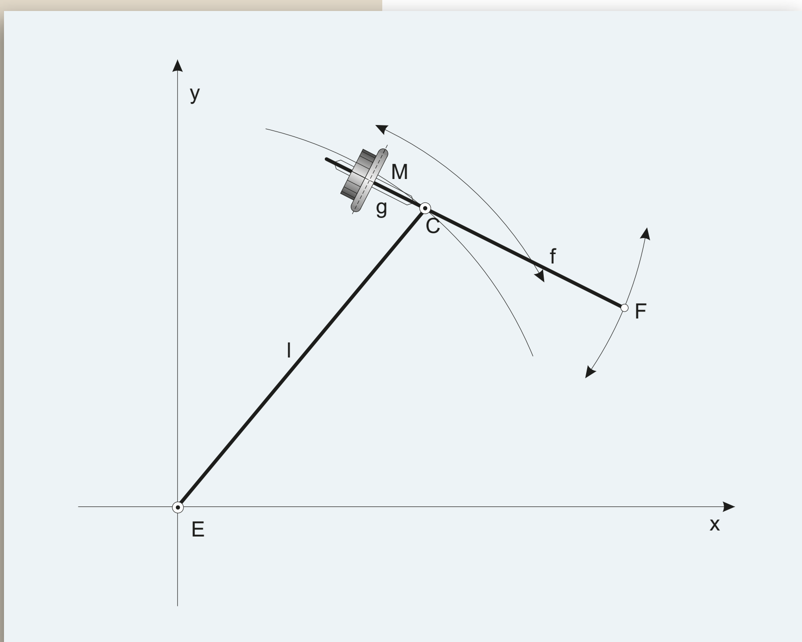
Runge fährt fort: "A und B sind hier beide positiv. Von der Geraden wird B nach rechts hin überstrichen, A nach links und der zwischen A und B liegende Theil wird doppelt überstrichen, ein Mal nach rechts und ein Mal nach links. Die Figur kann als das Bild einer Röhre aufgefasst werden, deren Oeffnungen A und B sind. Die nach rechts überstrichene Fläche können wir als die Darstellung der uns zugekehrten Wand der Röhre auffassen, die nach links überstrichene als die von uns abgekehrte Wand.



B gehört der vorderen Wand, A der hinteren Wand an und B – A stellt die Differenz der Projectionen beider Wände dar" (Runge 1895, 322). Galle ergänzt hierzu noch: "Die algebraische Summe der Projektionen aller Flächeninhalte einer geschlossenen [ergänze: *räumlichen*. JF] Fläche auf eine Ebene ist nun Null. Die beiden Endflächen sind aber A und B, die Mantelfläche ist F. Durch Projektion [...] erhalten wir A + F = B oder wie oben F = B – A" (Galle 1912, 72-73, Bezeichnungen an Runge angepasst).

Abb. 67, 68: Zwei Prinzipien für A = 0: Der Endpunkt C der Linie fester Länge läuft auf einer Geraden (oben) oder auf einem Kreis (unten); mit dem jetzt leider auch F genannten freien Endpunkt wird die zu messende Fläche umfahren

Nun haben wir eine Beziehung zwischen drei Flächen; würden wir zwei davon kennen, durch Messung und/oder Rechnung, dann wüssten wir auch den Wert der dritten. Das genau ist der Trick: Amsler sorgt dafür, dass A = 0 ist; dann bleibt F = B, d. h. die überstrichene Fläche muss ebenso so groß wie die Fläche B sein. Das genau war Amslers zweite gute Idee, denn überstrichene Flächen F kann man leicht mit einer Messrolle messen, wie wir zuvor gesehen haben. Also bleibt jetzt nur noch die Aufgabe: Wie macht man A = 0? Nun – wenn derjenige Endpunkt der Strecke, der A beschreibt, gezwungen ist, auf irgendeinem *Kurvenstück* hin und wieder zurück zu laufen, dann hat er bei der Rückkehr auf seine Anfangsposition (eigentlich sogar zu *jedem* Zeitpunkt seiner Bewegung) die Fläche 0 hinterlassen, denn ein Kurvenstück hat keinen Flächeninhalt; also ist, wie gewünscht, A = 0. Bleibt also nur noch, den Endpunkt der Linie zu zwingen, sich auf einer *Kurve* hin und her zu bewegen. Dafür gibt es neben zahlreichen Möglichkeiten auch zwei einfache: die Kurve ist das Stück einer Geraden, oder die Kurve ist das Segment eines Kreisbogens. Denn beide Möglichkeiten sind technisch einfach zu realisieren: Bei der ersten muss man nur, z. B. durch ein Lineal mit Nut, dafür sorgen, dass der fragliche Endpunkt C ein Geradenstück durchlaufen kann; bei der zweiten, dass er an einer Art Arm herum ein Kreisbogensegment durchläuft.



Obwohl Amsler beide Versionen beschrieb, entschied er sich in den nächsten Jahren ausschließlich für die zweite (wahrscheinlich wegen des zwar in beiden Richtungen begrenzten, aber insgesamt vorteilhafteren Aktionsradius für den anderen Endpunkt, den Amsler jetzt mit dem eigentlich schon für die Fläche vorgesehenen Buchstaben F bezeichnet hat); schon jetzt aber wird klar sein, dass hier ein Instrument von ungleich einfacherer Bauart als die bis dahin bekannten sogenannten Orthogonalplanimeter von Hermann und Gonnella bis Sang entstehen würde: Denn man brauchte nur zwei Arme, dazwischen ein Gelenk und schließlich eine passend montierte Messrolle – fertig ist das *Polarplanimeter*:

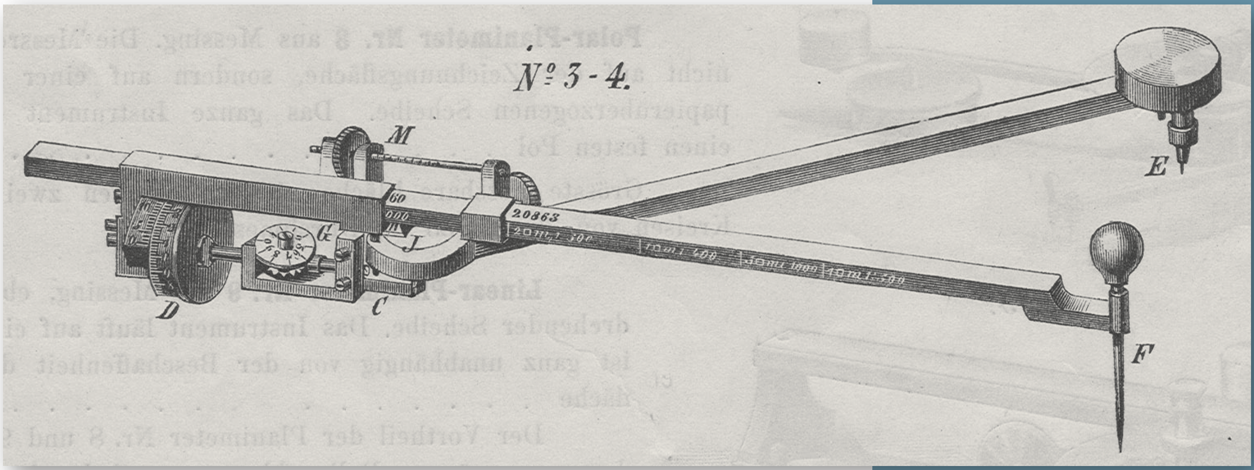


Abb. 69: Amsler Polarplanimeter Typen 3 (Messing) und 4 (Neusilber)

Der Punkt E, der *Pol* des Instruments (daher sein Name *Polarplanimeter*), besitzt eine kleine Nadel und ein Beschwerungsgewicht; er bleibt fest und ist der Punkt, um den das ganze Instrument sich bewegt. Mit dem Punkt F, dem *Fahrstift*, wird die eigentlich zu messende geschlossene Kurve einmal umfahren. C ist das *Gelenk* zwischen *Polarm* oder *Leitarm* l = EC und *Fahrarm* f = CF. D schließlich ist die *Messrolle*; sie liegt parallel zur Fahrarmachse und misst mit ihrer ideellen Achse der Länge f die überstrichene Fläche. Wie gerade hergeleitet, ist dann die Fläche der umfahrenen (geschlossenen) Kurve gleich der überstrichenen, also der durch die Messrolle gemessenen Fläche. G ist ein Zählrad für die vollen Umdrehungen von D, J eine Indexmarke für die Feineinstellung mithilfe des Nonius M; diese Teile lassen wir aber für jetzt außer Acht.

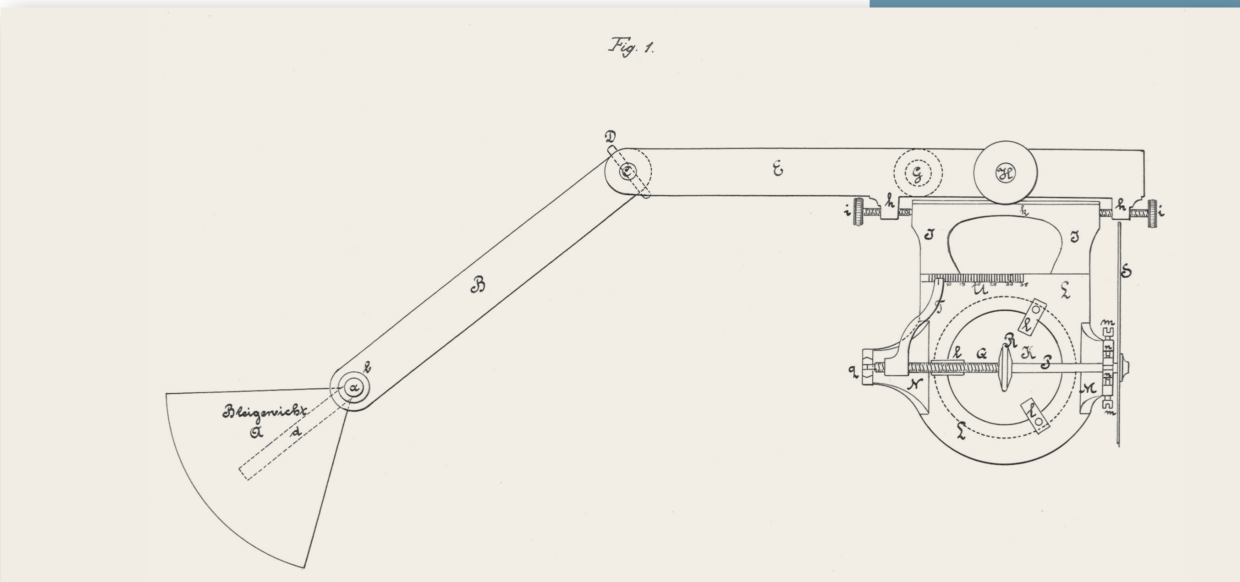
Amsler machte sich noch im Jahr 1854 an die Einrichtung einer Werkstatt, die bis 1970, also 116 Jahre, im Bau von Planimetern und anderen mathematischen Instrumenten erfolgreich sein sollte. In der Zeit bis zum Ersten Weltkrieg war Amsler der unangefochtene Marktführer für Planimeter, verlor aber dann trotz durchgeführter Modernisierungen (gegen die sich Jakob Amsler offensichtlich lange innerhalb seiner Firma gewehrt hatte und die daher erst nach seinem Ableben verwirklicht werden konnten) mehr und mehr den Anschluss. Bis zum Zweiten Weltkrieg war Amsler nur noch ein Hersteller unter den drei bis vier größten, hatte auch die Marktführerschaft, die auch aufgrund seines zeitlichen Vorsprungs sehr groß war, fast schon wieder eingebüßt. Daran konnten die durchaus beachtlichen Innovationen der Zeit ab 1950 nichts mehr ändern; schweren Herzens, aber die Entwicklung deutlich voraussehend, beschloss der Chefentwickler Theodor H. Erismann (1921-2002) im Jahr 1970, die Produktion des gesamten mathematischen Programms einzustellen.

Miller von Hauenfels 1855

In der Geschichte der mechanischen Integration, also hier speziell der Planimetrie oder Flächenmessung, steht Albert Miller, Ritter von Hauenfels (1818-1897), stets in zweiter Reihe. Das ist verständlich, wenn man die Daten betrachtet: Der Zeitraum1854/55 wird für Jakob Amslers Erfindung des Polarplanimeters angesetzt, der Zeitraum 1855/56 für Millers fast identisches Planimeter – Miller kommt also, wenngleich nur wenig, *nach* Amsler. Während Amsler jedoch seine erfolgreichen Bemühungen mit dem Planimeter von Oppikofer im Jahr 1849 beginnen lässt (also wohl eher mit Wetlis Modifikation desselben), geht Millers Erfindung auf die persönliche Bekanntschaft mit Josef Stadler (1816-1871) zurück, der 1855 ein eigenes Orthogonalplanimeter mit Rotationshyperboloid-Mechanismus entworfen und bauen lassen hatte (wir haben allerdings Stadler und sein Instrument, das weitgehend folgenlos blieb, bislang nicht erwähnt und werden das auch fortan nicht tun – nicht aus Missachtung, sondern aus Platzgründen). Millers Sohn erinnerte sich im Jahr 1906: "Sektionsrat Josef Stadler aus Eisenerz, ein guter Freund meines Vaters, befasste sich mit der Konstruktion eines Planimeters mit rechtwinkligen Koordinaten; hierdurch angeregt, kam mein Vater auf den Gedanken, die Bewegung des menschlichen Armes, der mit dem Stifte in der Hand die Grenzen einer Figur umfährt, in einem den Flächeninhalt selbst registrierenden Instrumente nachzubilden. So wurde aus dem Achselgelenke der Pol und aus dem Ellenbogengelenke der Drehungspunkt der beiden Instrumentarme.– Diese Anordnung führte in der Theorie des Instrumentes meinem [sic!] Vater von selbst auf die Anwendung der Polarkoordinaten.– Wegen der Ausführung des Planimeters trat er mit dem Mechaniker Starke in Wien in Verbindung und legte die mathematische Arbeit über das Instrument Professor Hartner in Wien zur Beurteilung vor, welcher der Theorie jene elementare Form gab, wie sie in seinem Buche zu finden ist." Miller selbst hatte sich, insbesondere zur Rolle Hartners, schon 1892 vergleichbar geäußert: "Ich entwarf mir die Theorie des Instrumentes, die mich vollkommen von der Richtigkeit meiner Konstruktion überzeugte, teilte aber meine Idee dem befreundeten Professor Hartner mit, der in die zweite Auflage seines Handbuches der niederen Geodäsie (Wien, 1856), S. 429, eine von ihm bearbeitete Theorie aufnahm."

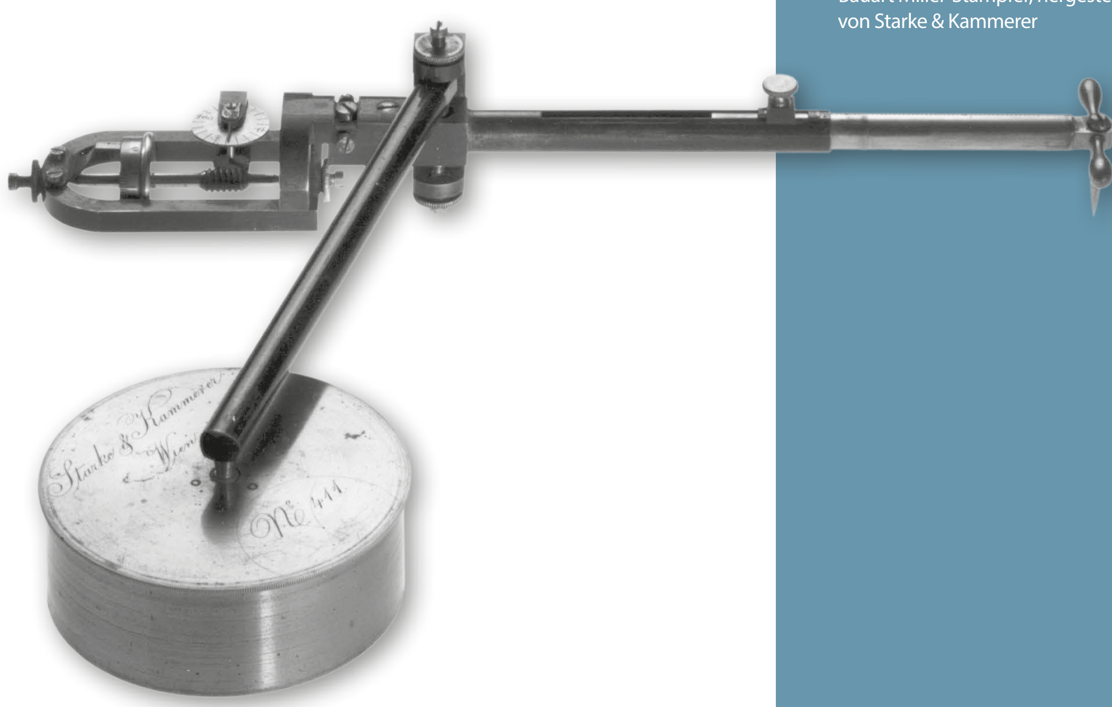
Das Millersche Planimeter hat zwei Stadien: Das erste Stadium ist das Miller-Starkesche Patent vom 24. September 1855 (Patentzeichnungen teilweise

Abb. 70: Fig. 1 des Miller-Starkeschen Patents von 1855



schon mit "im Juni 1855" datiert), das zu einem Prototyp führte. In Zusammenspiel einmal mehr mit Simon Stampfer entstand mehr als ein Jahr danach, am 7. November 1856, die zweite Patentschrift, die zwar nur von Georg Christoph Starke (1794-1865) allein eingereicht wurde, aber etliche Ideen eben Stampfer verdankte, sodass die entstehenden Geräte nun – zumindest von den Eingeweihten – Miller-Stampfer genannt wurden. Denn, wie schon

Abb. 71: Polarplanimeter, Bauart Miller-Stampfer, hergestellt von Starke & Kammerer



gesagt: "Versuche, welche mit dem Probeinstrumente [nach dem 1855er Patent. JF] ausgeführt wurden, befriedigten nicht", doch "Prof. S. Stampfer, der in Wien im Ruhestande, aber im steten Kontakt mit seiner Schöpfung [gemeint ist die k. k. polytechnische Werkstatt. JF] am polytechnischen Institute und dem Fortschritte seiner Wissenschaft stand, interessierte sich selbstverständlich in sehr hohem Maße für die neue Erfindung. Da das Haupthindernis beim Funktionieren des Instrumentes die Metallhohlkugel bildete, auf welcher die Messrolle sich abnützt, so empfahl Stampfer, die Rolle unmittelbar auf dem Papier laufen zu lassen." Auf *dieses* daraus resultierende modifizierte Millersche Planimeter nahm Starke also 1856 *sein* Patent. Da den Zeitgenossen aber offensichtlich die Hintergründe – also die Idee nach Miller und die wesentliche Mitwirkung Stampfers – klar waren, wurden Planimeter nach der neu patentierten Bauart, wie schon erwähnt, gelegentlich statt Miller-Starke-, eben auch Miller-Stampfer-Planimeter genannt.

Anders als bei Amsler wurde das Millersche Instrument jedoch kein Verkaufsschlager, was aber wohl in erster Linie am Hersteller lag: Die Werkstatt des k. k. polytechnischen Instituts wurde zunächst von G. Starke allein geführt, firmierte ab 1866 dann als Starke & Kammerer (dann schon unter dem Sohn von Starke), blieb aber weiterhin Werkstatt des Polytechnischen Instituts, also der späteren Technischen Hochschule. Hier waren aber breit gestreute Aufgaben aller Art zu erledigen, und die Planimeterherstellung konnte dabei einfach keinen großen Raum einnehmen. Am besten sieht man das an einem einfachen Vergleich: Miller-Stampfer-Planimeter wurden von 1856 bis etwa zum Beginn des Ersten Weltkriegs hergestellt; in diesen rund 60 Jahren erreichte man die *Gesamtzahl* von knapp unter 1000 Instrumenten. Amsler hingegen produzierte um 1914, am Ende des gerade betrachteten Zeitraums, etwa 3000 Instrumente *pro Jahr*, und hatte im fast gleichen 60-Jahres-Zeitraum 1854-1914 rund 54 000 Planimeter hergestellt.

Ein Siegeszug

Das Amslersche Planimeter war in seinem Aufbau so einfach, dass es einen Herstellungspreis von lediglich 10% eines der gängigen Orthogonalplanimeter, also insbesondere der Bauarten Wetli-Starke und Hansen-Ausfeld, besaß. Damit war das nur fünf Jahre jüngere Polarplanimeter in einem klaren Kostenvorteil; zugleich rückte es das Planimeter in die Reichweite einer größeren Klasse von Anwendern aller Bereiche – denn an Aufgaben, die zunächst nur die Messung eines Flächeninhalts beinhalteten, herrschte kein Mangel. Jedoch war dies nicht die einzige Aufgabe; Jakob Amsler hatte in seiner bahnbrechenden Publikation von 1856 eine Fülle von Aufgaben skizziert, die zum Teil eine Art von Forschungsprogramm für sich und andere darstellten. Mit gewissem Recht kann man sagen – ohne das nun im Detail vertiefen zu wollen –, dass er genug Aufgaben, aber auch Lösungswege dazu, andeutete oder deren Prinzip er angab, die ihrerseits das nächste halbe Jahrhundert zu ihrer konkreten Umsetzung benötigten; erst dann war das Programm von 1856 sozusagen "abgearbeitet".

Das Polarplanimeter entwickelte sich natürlich weiter; die Materialien, das Design und die Ausstattung wurden verändert, angepasst oder einfach nur verbessert. Daran beteiligt waren fünf Firmen, die teilweise über ein Jahrhundert und noch mehr auf dem Markt blieben und insgesamt wohl 70% der Planimeterproduktion bis heute unter sich aufteilten: Amsler in Schaffhausen, der – wie schon geschildert – von 1854 bis 1970 produzierte und in dieser Zeit etwa 100 000 Instrumente beisteuerte; die Gebrüder Haff in Pfronten, die ihr erstes Planimeter nach Amslerschem Vorbild schon 1862 fertigten und bis heute (als einziger Hersteller rein mechanischer Planimeter) auf dem Markt sind, und die durch die weitgehende Abdeckung des nordamerikanischen Markts etwa 250 000 Instrumente absetzen konnten; die Firma A. Ott in Kempten, die ab 1873 Planimeter herstellte und in den Jahren zwischen den Weltkriegen zum innovativsten aller Hersteller wurde, der trotzdem dann 1990 den Markt verlassen musste, nachdem man an die 200 000 Instrumente hergestellt hatte; die Firma von Gottlieb Coradi, der sich nach gemeinsamen Anfängen mit seinem Schwager Albert Ott (von 1874 bis 1880) dann in Zürich selbstständig machte und mit 85 000 Instrumenten zwar der kleinste unter diesen fünf, aber in Hinsicht auf die Materialbehandlung und -gestaltung lange Zeit der führende Hersteller war, bevor er – ebenfalls nach mehr als 100 Jahren – um 1985 als zweiter den Markt verließ; und schließlich der *newcomer* Koizumi in Tokyo, der erst um 1950 in die Planimeterproduktion einstieg und scheinbar mühelos bis 2001 die Spitze mit 315 000 hergestellten Instrumente eroberte. Zusammen sind dies rund 950 000 der insgesamt wohl rund 1 250 000 rein mechanischen Planimeter, die weltweit zwischen 1814 und heute hergestellt wurden.

Aber das Polarplanimeter mehr noch als das bald von ihm ersetzte Orthogonalplanimeter trug die Erkenntnis immer weiter in die Welt, dass so etwas wie theoretisch exakte mechanische Integration möglich war – und das wies weit über die reine Flächenberechnung hinaus. Denn nun konnte auch für viel kompliziertere Integrale als jenes, das für die Flächenberechnung zuständig war, nach Möglichkeiten seiner mechanischen Bewältigung gesucht werden (Fischer 1995, Fischer 2002). Doch das ist ein weites Feld, das wir hier nun nicht mehr beschreiten können – aber jedenfalls nahm diese Geschichte, wenngleich mit Anlaufschwierigkeiten, bei

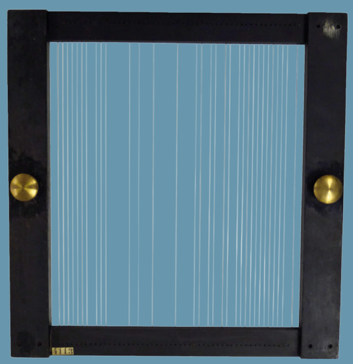
JOHANN MARTIN HERMANN,

dem hier ein kleines Denkmal gesetzt werden sollte, ihren Anfang.

Anhang

Verzeichnis der ausgestellten Objekte, Bücher und Dokumente

Faden-, Haar- oder Harfenplanimeter

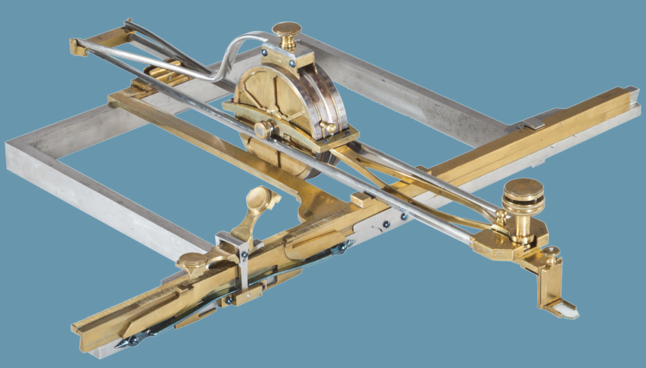


Faden-, Haar- oder Harfenplanimeter, 19. Jahrhundert

Deutsches Museum, München, Inv.-Nr. 4113

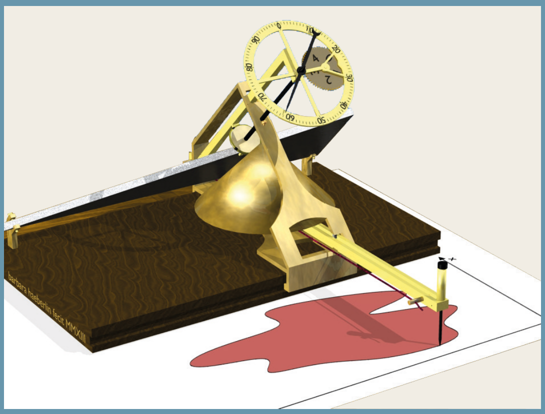
Mit solchen einfachen Instrumenten, die eine zu messende Fläche mehr oder minder fein in gleich breite Streifen zerlegte, deren Flächen einfach ermittelt und addiert werden konnten, behalf man sich ab dem frühen 19. Jahrhundert bei der Flächenmessung.

Maschinen



Flächenberechnungsmaschine von Zobel & Müller, 1815

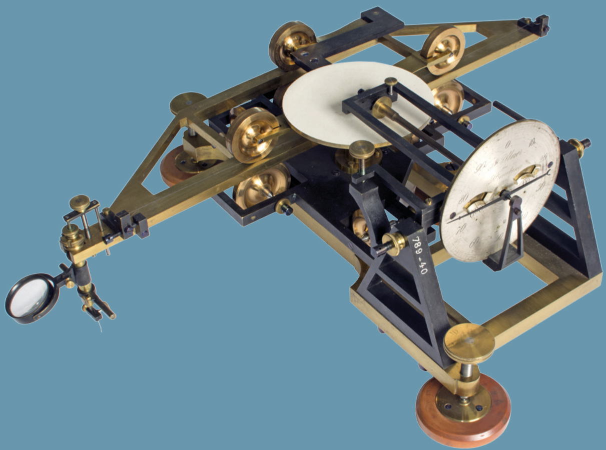
Deutsches Museum, München, Inv.-Nr. 4606; vormals Königliches Katasteramt München; am 6. März 1906 zusammen mit dem Buch – s. dort – für 137.15 Mark an das Deutsche Museum verkauft



Planimeter von Hermann, 1817

3D-Druck nach der vereinfachten Originalzeichnung, jedoch in der Größe des 1817 von Hermann und Lämmle in Auftrag gegebenen Prototyps.

Ein besonderer Dank gilt dem *Direct Manufacturing Research Center* der Universität Paderborn, das diesen 3D-Druck freundlicherweise (und in äußerst kurzer Herstellungszeit) eigens für die Ausstellung anfertigte.



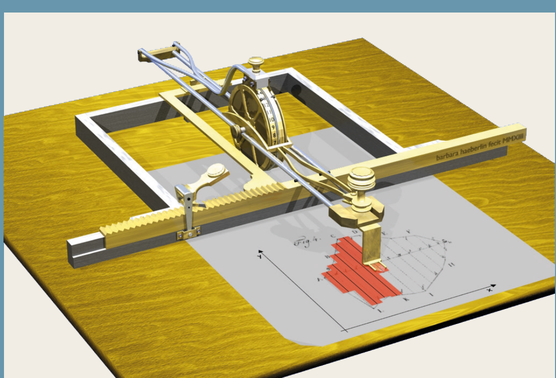
Orthogonalplanimeter von J. Ulmer, Straubing, ohne Instr.-Nr., Baujahr um 1855.

Bayerisches Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, Inv.-Nr. 789-40

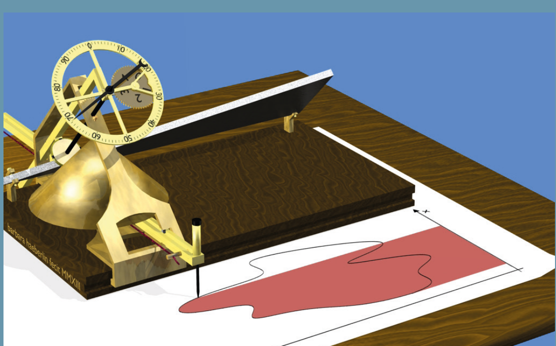
Orthogonalplanimeter wurden bis etwa 1850 nur in Einzelstücken hergestellt. Dann wurden sie in den Formen des Wetli-Starke- und des Hansen-Ausfeld-Planimeters etwas bekannter und in Kleinserie fabriziert. Das ausgestellte Instrument aber ist ein Einzelstück. Es trägt bis in alle Einzelheiten die Züge eines Hansen-Ausfeld-Planimeters; selbst die Signatur *J. Ulmer, Straubing*, ist an der gleichen Stelle angebracht und in der gleichen Art gehalten wie bei den Ausfeldschen Instrumenten. Wie wir heute wissen, wurde es im Auftrag von Kunig – dem wir die Nachlasssache Hermann verdanken – um 1815 hergestellt.

Animationen zu diesen drei Maschinen

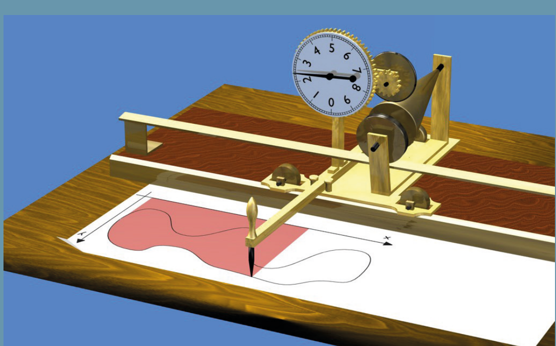
In der Ausstellung werden drei Animationen gezeigt, die eine einigermaßen realistische Darstellung sowohl des gezeigten Instruments als auch seines Arbeitsprinzips leisten. Wir verdanken sie allesamt Barbara Haeberlin; diese Animationen sind – auch über die Laufzeit der Ausstellung hinaus – auf YouTube verfügbar. Es sind Animationen



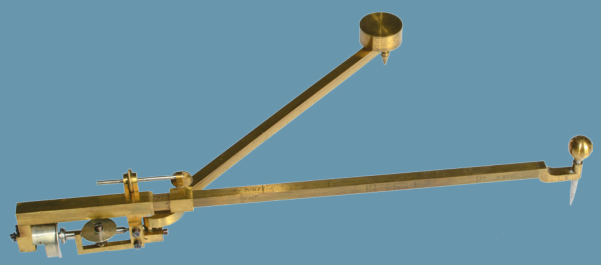
zur Flächenberechnungsmaschine von Johann Georg Zobel und Joseph Müller aus dem Jahr 1815,
http://www.youtube.com/watch?v=RI9aq30OdU0,



zum Planimeter von Johann Martin Hermann, in der Form des Prototyps von 1817,
http://www.youtube.com/watch?v=XQXO6edF6sA,



und zum Planimeter von Heinrich Rudolf Ernst, das er nach Johannes Oppikoferschem Vorbild baute und 1834 in Paris vorführte,
http://www.youtube.com/watch?v=_W35iDhRfZg.

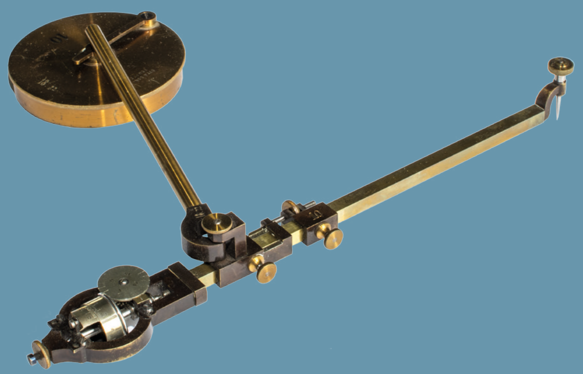


Amsler Polarplanimeter, Modell 3, Instr.-Nr. 3450, Baujahr um 1863

Bayerisches Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, Inv.-Nr. 324

Jakob Amsler (1823-1912) ist der Erfinder des Polarplanimeters. Zwischen Erfindung (1854) und Publikation (1856) seines Instruments nahm er in Schaffhausen die Herstellung von Planimetern auf. Über 100 000 Instrumente verließen die Firma bis zur Aufgabe der Herstellung im Jahr 1970.

Das ausgestellte Polarplanimeter gehört zu den ältesten heute noch erhaltenen Polarplanimetern, weist aber bereits alle wichtigen Charakteristika dieser Instrumentengattung auf. Amslers Erfindung war sowohl in der Formgebung und Ausgestaltung der Instrumente als auch in der Darstellung der zugehörigen Planimetertheorie für fast ein halbes Jahrhundert richtungsweisend.



Ott & Coradi Polarplanimeter, Instr.-Nr. 104, Baujahr um 1878

Bayerisches Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, Inv.-Nr. 18-022

Die Firmen Ott und Coradi zählten bis zur jeweiligen Einstellung der Produktion (Ott 1990, Coradi um 1985) zu den auch international bedeutendsten Herstellern von Planimetern. Bevor jedoch die beiden Firmengründer Albert Ott und Gottlieb Coradi eigene Wege gingen, führten sie von 1874 bis 1880 gemeinsam die Firma Ott & Coradi in Kempten. Wenngleich die Zahl der von ihnen in diesem Zeitraum hergestellten Planimeter sich verhältnismäßig klein ausnimmt (etwa 300 Stück in sieben Jahren), schufen sich beide auf dieser Basis einen sehr guten Ruf, der das Heranreifen der späteren eigenen Firmen zu Weltgeltung ermöglichte.

Das ausgestellte Instrument ist eines aus einer Serie von zehn Stück, die damals beschafft wurden; drei davon sind heute noch vorhanden.

Ott & Coradi Polarplanimeter, Instr.-Nr. 189, Baujahr um 1879

Bayerisches Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, Inv.-Nr. 18-031

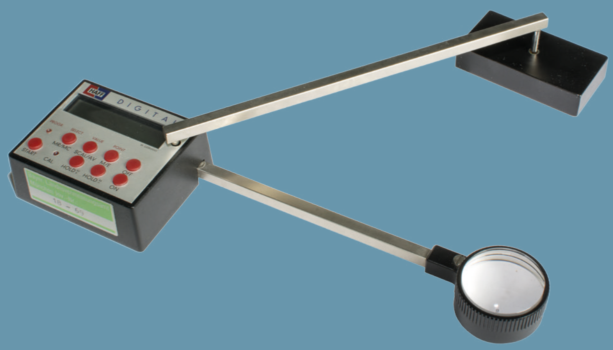
Dieses ungewöhnliche Planimeter in Zangen- oder besser: Zirkelform entstand ebenfalls in der Firma Ott & Coradi. Experimentierfreude und vorzügliche Materialbehandlung gehen bei diesem Instrument Hand in Hand.

Das Instrument erlaubt zwar nicht das Messen in unterschiedlichen Maßstäben (das Messergebnis muss also gegebenenfalls nachträglich umgerechnet werden), besitzt dafür aber eine höhere Genauigkeit als die meisten der damals gängigen Polarplanimeter. Dies wird durch eine Messrolle erreicht, deren Umfang mit Hilfe des Nonius nicht – wie sonst üblich – in 1000, sondern in 2000 Teile geteilt wird. Messrollenskala und Nonius sind bei diesem Instrument, wohl bei Gelegenheit einer Reparatur, durch Zelluloidausführungen ersetzt worden; im Originalzustand waren sie aus Neusilber.

Coradi Scheibenpolarplanimeter, Instr.-Nr. 2501, Baujahr 1908

Bayerisches Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, Inv.-Nr. 18-054

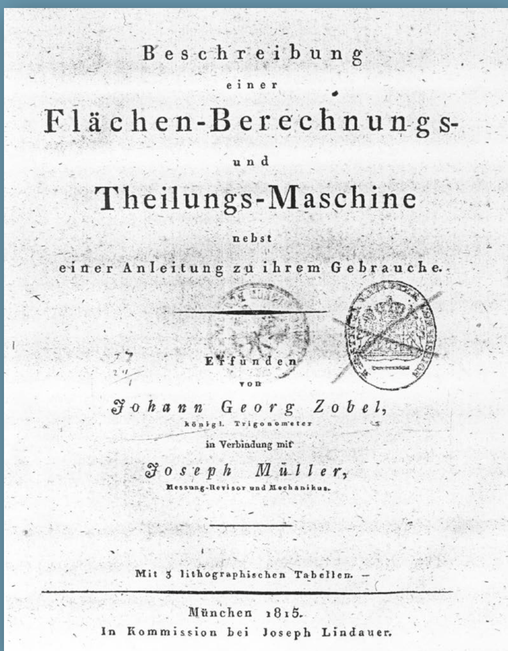
Scheibenplanimeter verwenden wie die üblichen Planimeter die Messrolle als Integriermechanismus; sie wird aber nicht mehr von ihrer unmittelbaren Roll- und Gleitbewegung auf der Zeichenebene angetrieben, sondern von einer sich unter ihr drehenden Scheibe. Damit wird einerseits die Messung unabhängig von der Beschaffenheit des Materials, auf dem sich die zu messende Fläche befindet, andererseits durch die Möglichkeit der Übersetzung bei der Drehung der Scheibe die Auflösung (und daher die Genauigkeit) des Planimeters gesteigert. Das Zusammenspiel von Rolle und Scheibe bildet den nach Tito Gonnella benannten Mechanismus, den dieser erstmals 1825 für ein Koordinatenplanimeter einsetzte (siehe das ausgestellte Instrument von J. Ulmer, Straubing).



Haff Digital-Kompensationspolarplanimeter, Instr.-Nr. 001958, Baujahr 1986

Bayerisches Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, Inv.-Nr. 18-069

Die Digitalisierung hielt ab Mitte der 1970er Jahre auch bei den Planimetern Einzug – nach einem leider nicht weiterverfolgten ersten und erfolgreichen Schritt durch Konrad Zuse, den "Erfinder des Computers", der dies schon zu Beginn der 1960er Jahre in einer Kleinserie von ca. 30 Ott-Präzisionsplanimetern umgesetzt hatte. So wurden später die USA und Japan Vorreiter der Digitalisierungswelle; die europäischen Hersteller zogen erst zu Beginn der 1980er Jahre nach. Zunächst beschränkte man sich auf die elektronische Registrierung der Skalenablesung. Nach und nach kamen weitere Funktionen hinzu (Maßstabseinstellung/Skalierung; Weitergabe der Daten an einen Personal Computer usw. – wie bei dem ausgestellten Beispiel), bis daraus die modernen Digitalplanimeter entstanden.



Beschreibung
einer
Flächen-Berechnungs-
und
Theilungs-Maschine
nebst
einer Anleitung zu ihrem Gebrauche.

Erfunden
von
Johann Georg Zobel,
königl. Trigonometer
in Verbindung mit
Joseph Müller,
Messung-Revisor und Mechanikus.

Mit 3 lithographischen Tabellen.

München 1815.
In Kommission bei Joseph Lindauer.

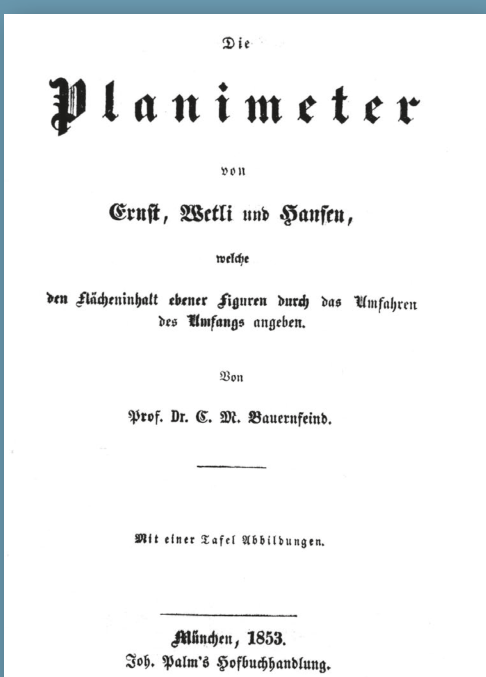
Beschreibung einer Flächen-Berechnungs- und Theilungs-Maschine nebst einer Anleitung zu ihrem Gebrauche

Erfunden von Johann Georg Zobel, königl. Trigonometer in Verbindung mit Joseph Müller, Messung-Revisor und Mechanikus. Mit 3 lithographischen Tabellen. München 1815. In Kommission bei Joseph Lindauer.

Deutsches Museum, Bibliothek, Signatur 1903 A 1974 (vormals Deutsches Museum, Objektverwaltung, Inv.-Nr. 4607; am 30. August 1926 abgegeben an die Bibliothek); ursprünglich Königliches Katasteramt München, zusammen mit der Maschine von Zobel und Müller an das Deutsche Museum verkauft.

Ein weiteres Exemplar des Buchs in der Bibliothek des Deutschen Museums unter 1903 B 460; es wird etwa ab der Mitte der Ausstellungslaufzeit aus konservatorischen Gründen das obige Buch ersetzen.

Ferner entliehen aus der Bayerischen Staatsbibliothek, München, das Exemplar mit Signatur BHS II K 93.



Die
Planimeter
von
Ernst, Wetli und Hansen,
welche
den Flächeninhalt ebener Figuren durch das Umfahren
des Umfangs angeben.

Von
Prof. Dr. C. M. Bauernfeind.

Mit einer Tafel Abbildungen.

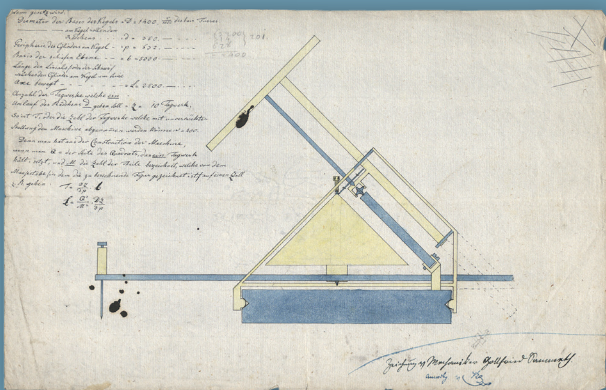
München, 1853.
Joh. Palm's Hofbuchhandlung.

Carl Maximilian Bauernfeind: Die Planimeter von Ernst, Wetli und Hansen, welche den Flächeninhalt ebener Figuren durch das Umfahren des Umfangs angeben.

München, Palm 1853

Dies ist die weltweit erste Buchpublikation zum Thema "exakt arbeitende Flächenmessinstrumente". Bauernfeind kannte jedoch die beiden frühesten Protagonisten nicht: Hermann, weil dieser nichts publiziert hatte, und Gonnella, weil Bauernfeind ihn – wie alle anderen auch – ignoriert hatte.

Erst durch Kunigs Zuschrift 1855 wurde Bauernfeind auf Hermann aufmerksam gemacht und widmete ihm sofort einen klärenden Nachtrag in Dingler's polytechnischem Journal 1855.

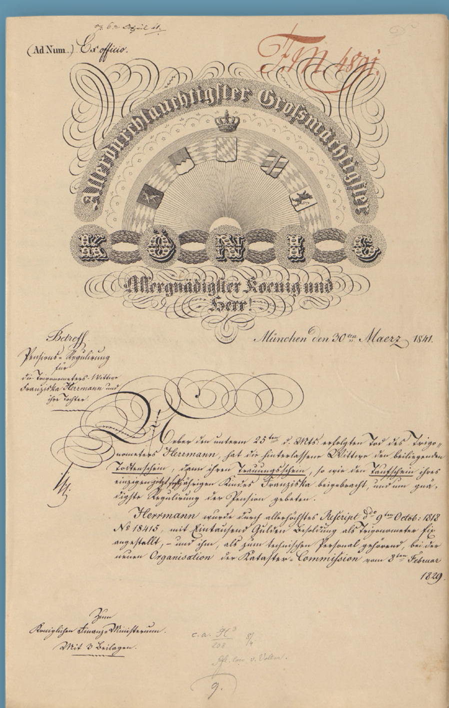


Orthogonalplanimeter von Johann Martin Hermann. Seitenansicht im Maßstab 1 : 1, koloriert (Kopie)

Unter den im Deutschen Museum, München, aufbewahrten Dokumenten aus dem Umkreis der Hermannschen Planimetererfindung existiert auch eine kolorierte Zeichnung, die wohl als Vorlage für den 1817 hergestellten Prototyp diente. Die Zeichnung wurde von Bauernfeind 1855 nicht reproduziert; bislang wurde sie nur zweimal publiziert, jedoch stets in s/w und unmaßstäblich. Hier wird sie zum ersten Mal in voller Größe farbig und 1 : 1 wiedergegeben.

Zusammen mit den weiteren Zeichnungen, Skizzen, Entwürfen und Briefen mit insgesamt rund 35 Seiten stellt sie den wissenschaftlichen Nachlass von J. M. Hermann dar. Er ist vollständig einmal hochaufgelöst in der Medienstation der Ausstellung, das andere Mal in sehr guter Qualität (mit dem Wasserzeichen des Deutschen Museums) auf der beigefügten DVD enthalten.

Gesamtsignatur: Deutsches Museum, Archiv, NL 49/14



(Ad Num.) Ex officio.

Allerdurchlauchtigster Großmächtigster

KOENIG

Allergnädigster Koenig und Herr!

München den 30ten Maerz 1841.

Bericht der Steuer-Kataster-Kommission an den König (Ludwig I.) vom 30. März 1841, betreffend den Tod von J. M. Hermann sowie die Versorgung von Witwe und minderjähriger Halbwaisentochter (erste Seite).

Das Bayerische Hauptstaatsarchiv besitzt die Personalakte von Johann Martin Hermann mit gut 200 Seiten Umfang. Nur die ersten rund 35 davon betreffen Hermann unmittelbar; die restlichen Seiten befassen sich mit der Auszahlung der Witwen- und Waisenpension an Frau und Tochter. Aus der Personalakte erfahren wir durch eine Eingabe Hermanns an den König (Maximilian I.) aus 1816 und ihre Anlagen relativ viel über seinen Werdegang; das ist aber auch praktisch die einzige Quelle, die uns zur Verfügung steht.

Die rund 35 Seiten sind, in Analogie zu den Dokumenten des wissenschaftlichen Nachlasses, in hochaufgelöster Form während der Ausstellung auf der Medienstation zu sehen. Und auch diese Seiten sind dankenswerterweise in sehr guter Qualität und ebenfalls mit Wasserzeichen auf der beigefügten DVD enthalten.

Gesamtsignatur: Bayerisches Hauptstaatsarchiv, MF 44763G

Literatur

Amann 1908:
Amann, Joseph: Die bayerische Landesvermessung in ihrer geschichtlichen Entwicklung. Erster Teil: Die Aufstellung des Landesvermessungswerkes 1808-1871.– München: Verlag des K. B. Katasterbureau 1908

Amsler 1856:
Amsler, Jakob: Ueber die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes, der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren, insbesondere über einen neuen Planimeter.– Schaffhausen: A. Beck und Sohn 1856 [Zuerst erschienen in Vierteljahresschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich; später in dieser separaten Ausgabe]

Bauernfeind 1853:
Bauernfeind, Carl Maximilian: Die Planimeter von Ernst, Wetli und Hansen, welche den Flächeninhalt ebener Figuren durch das Umfahren des Umfangs angeben. Von Prof. Dr. C. M. Bauernfeind. Mit einer Tafel Abbildungen.– München: Palm 1853

Bauernfeind 1855:
Bauernfeind, Carl Maximilian: Zur Geschichte der Planimeter.– Dingler's polytechnisches Journal 137 (1855) 81-87

Bauernfeind ^{7}1890:
Bauernfeind, Carl Maximilian: Elemente der Vermessungskunde. Ein Lehrbuch der Praktischen Geometrie.– Stuttgart: Cotta ^{7}1890

Benoît 1850:
Benoît: Rapport fait par M. Benoît, au nom du comité des arts mécaniques, sur le planimètre sommateur, présenté par M. Beuvière, géomètre en chef du cadastre, rue de l'Ancienne-Comédie, no. 18.– Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale 49 (1850) 97-104

BHStA:
Personalakte Hermanns beim Königlich Bayerischen Ministerium der Finanzen, jetzt im Bayerischen Hauptstaatsarchiv unter MF 44763

BP20130604:
Persönliche Mitteilungen von Bertold Pölcher, Heimatverein Pfronten, 4. Juni 2013 u. ö.

BStA:
Kreis- und Stadtgerichtsakten des Amtsgerichts München in der Nachlaß- und Pflegschaftsangelegenheit Hermann, jetzt im Bayerischen Staatsarchiv unter AG München NR 1841/74

Doležal 1906-1907:
Doležal, Eduard: Planimeterstudien.– Berg- und Hüttenmännisches Jahrbuch 54 (1906) 293-360 + Tafeln IV-VII; 55 (1907) 81-143 + Tafel Ia

Drechsler/Haeberlin 2009:
Drechsler, Stefan; Haeberlin, Barbara: Prinzipien und Konstrukteure nichtintegrierender Planimeter, ein historischer Überblick. – 4. Greifswalder Symposium zur Entwicklung der Rechentechnik und 15. Internationales Treffen für Rechenschieber- und Rechenmaschinensammler (IM2009) vom 4.9.-6.9.2009 an der Ernst Moritz Arndt Universität Greifswald. Ernst Moritz Arndt Universität Greifswald, Institut f. Mathematik und Informatik, 2009, 2 Bde. – hier Band 2; dieser Beitrag auch verfügbar im Rechnerlexikon unter: *http://www.rechnerlexikon/files/drehae2009.pdf*

Dyck 1892-1893:
Dyck, Walther: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente.– München: Wolf & Sohn 1892 [Nachtragsband 1893. Beide Bände in einem Band: Reprint Hildesheim: Olms 1994 (mit einem Vorwort von Joachim Fischer)]

Favaro 1873:
Favaro, Antonio: Beiträge zur Geschichte der Planimeter.– Allgemeine Bauzeitung (1873) 68-90, 93-108

Fischer 1868:
Fischer, Ernst: Die mechanische Planimetrie, ihre geschichtliche, theoretische und praktische Bedeutung.– Schweizerische Polytechnische Zeitschrift 13 (1868) 33-43, 93-99, 129-145

Fischer 1995:
Fischer, Joachim: Instrumente zur Mechanischen Integration. Ein Zwischenbericht.– In: Brückenschläge (H.-W. Schütt und B. Weiss Hrsg.). 25 Jahre Lehrstuhl für Geschichte der exakten Wissenschaften und der Technik an der Technischen Universität Berlin, 1969-1994.– Berlin: Verlag für Wissenschafts- und Regionalgeschichte Dr. Michael Engel 1995, 111-156

Fischer 2002:
Fischer, Joachim: Instrumente zur mechanischen Integration II. Ein (weiterer) Zwischenbericht.– In: Chemie - Kultur - Geschichte (A. Schürmann und B. Weiss, Hrsg.). Festschrift für Hans-Werner Schütt anlässlich seines 65. Geburtstags.– Berlin / Diepholz: Verlag für Geschichte der Naturwissenschaft und der Technik 2002, 143-155

Galle 1912:
Galle, A[ndreas].: Mathematische Instrumente.– Leipzig und Berlin: B. G. Teubner 1912 [= Mathematisch-physikalische Schriften für Ingenieure und Studierende 15]

Gonnella 1825:
Gonnella, Tito: Teoria, e Descrizione d'una macchina colla quale si quadrano le superficie piane.– Antologia 18 [Florenz, April-Juni] (1825) 122-129 + Tafel mit 6 Figuren

Gonnella 1841:
Gonnella, Tito: Opuscoli matematici nei quali si tratta I. Di alcuni perfezionamenti del telescopio newtoniano. II. Delle formule che determinano rigorosamente l'andamento dei raggi luminosi [. . .]. III. D'una macchina per quadrare le figure piane.– Florenz: Mazzoni 1841

Hartner ²1856:
Hartner, Friedrich: Handbuch der niedern Geodäsie nebst einem Anhange über die Elemente der Markscheidekunst. [...] Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage.– Wien: Seidel ²1856

Hunäus 1864:
Die geometrischen Instrumente der gesammten praktischen Geometrie, deren Theorie, Beschreibung und Gebrauch.– Hannover: Rümpler 1864

HW19950929:
Persönliche Mitteilung von Hermann Wetzer, 29. Sept. 1995

Lambel 1841:
Lambel, M[onsieur] le Comte de: Description d'un instrument nommé planimètre, propre à évaluer graphiquement l'étendue des surfaces agraires, par M. Ernst, ingénieur-mécanicien, rue de Lille, 11.– Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale 40 (1841) 402-405 + Tafel mit 2 Figuren

Marini 1996:
Marini, Luisa: Un illustre toscano quasi dimenticato: Tito Gonnella e l'invenzione del planimetro. Manuskript, 22 S. [Dies ist eine unter Prof. Paolo Brenni, Florenz, angefertigte maschinenschriftliche Studienarbeit]

N.N. 1841:
N.N.: Beschreibung des Planimeters, eines vom Mechaniker Ernst zu Paris erfundenen Instruments, womit man Flächeninhalte berechnen kann.– Dingler's polytechnisches Journal 86 (1841) 33-36 + Tafel I, Fig. 14-15

Pieper 1825:
Pieper, Hermann: Der Oldenburgsche Planimeter, verbessert und beschrieben von Landes-Oeconomie-Commissair Assistent Hermann Pieper.– Lüneburg: Herold und Wahlstab 1825

Runge 1895:
Runge, C.: Das Stangenplanimeter.– Zeitschrift für Vermessungswesen 24 (1895) 321-331

Stampfer 1850:
Stampfer, Simon: Ueber das neue Planimeter des Caspar Wetli, Ingenieur im Canton Zürich.– Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften [in Wien], Erste Abtheilung (Februar 1850)

Winschiers 1982:
Winschiers, Kurt: 500 Jahre Vermessung und Karte in Bayern. Ein Überblick in 60 biographischen Skizzen.– Mitteilungsblatt DVW [Deutscher Verein für Vermessungswesen]-Bayern 34 (1982) Sonderheft 2

Zobel & Müller 1815:
Zobel, Johann Georg, und Müller, Joseph: Beschreibung einer Flächen-Berechnungs- und Theilungs-Maschine nebst einer Anleitung zu ihrem Gebrauche. Erfunden von Johann Georg Zobel, königl. Trigonometer in Verbindung mit Joseph Müller, Messung-Revisor und Mechanikus. Mit 3 lithographischen Tabellen.– München: Lindauer (in Kommission) 1815

Bildnachweis

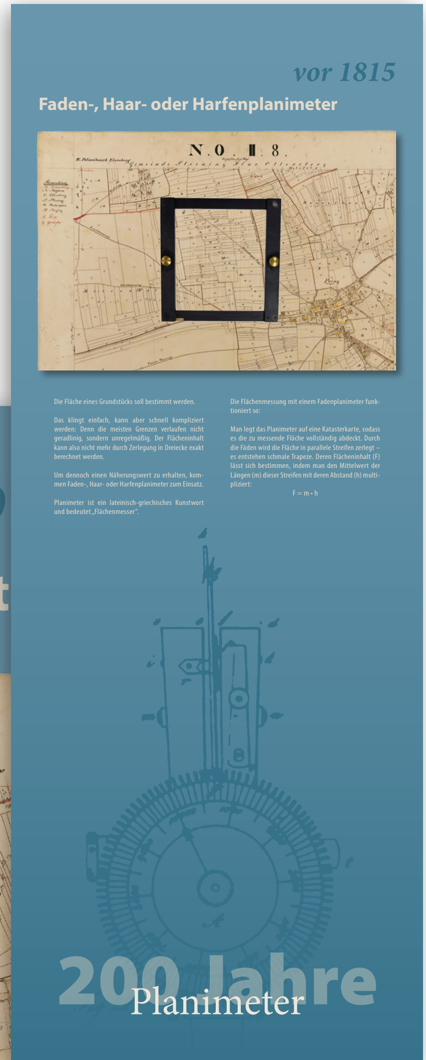
Abb. 1-7:	Darstellung diverser Flächeninhalte, Joachim Fischer (CorelDRAW®)
Abb. 8:	Ensemble verschiedener Planimeter aus dem Deutschen Museum, historische Aufnahme, Bildnummer 1097
Abb. 9:	Grafische Darstellung eines Integrals, aus dem Artikel "Integralrechnung" der Wikipedia
Abb. 10:	Grafische Darstellung eines Integrals, aus dem Artikel "Integralrechnung" der Wikipedia
Abb. 11:	Haar- oder Harfenplanimeter, Hersteller unbekannt, Deutsches Museum, Inventarnummer 4113 Foto: DM
Abb. 12:	Haar- oder Harfenplanimeter, Firma R. und A. Rost, Wien Foto: TU Graz
Abb. 13-15:	Aus der Tafel mit Zeichnungen von Pieper, 1825
Abb. 16:	Fadenplanimeter von Oldendorp, hier aus Hunäus, 1864, 634
Abb. 17:	Hunderterzirkel von Oldendorp, hier aus Hunäus, 1864, 634
Abb. 18, 19:	Planimètre sommateur Nr. 17 von A. Beuvière, um 1850 Musée National des Arts et Métiers, Paris, Inventarnummer 6246 Foto: MNAM
Abb. 20:	Flächenberechnungsmaschine von Zobel & Müller Deutsches Museum, Inventarnummer 4606
Abb. 21:	Die "größte" Diagonale, hier illustriert an einem Polygon aus Zobel & Müller 1815, Figur 21
Abb. 22:	Anfangsaufstellung der Maschine von Zobel & Müller Deutsches Museum, Inventarnummer 4606
Abb. 23-27:	Flächenberechnungsmaschine von Zobel & Müller Deutsches Museum, Inventarnummer 4606
Abb. 28:	Zeichnung der Zobel & Müller-Maschine Deutsches Museum, Buch 1903A1974
Abb. 29:	Ansichten der Zobel & Müller-Maschine Deutsches Museum, Inventarnummer 4606
Abb. 30:	Gezeichnete Ansicht der Zobel & Müller-Maschine von oben Deutsches Museum, Buch 1903A1974
Abb. 31:	Flächenberechnungsmaschine von Zobel & Müller Deutsches Museum, Inventarnummer 4606
Abb. 32:	Blick auf die "Additions-Maschine" Deutsches Museum, Inventarnummer 4606

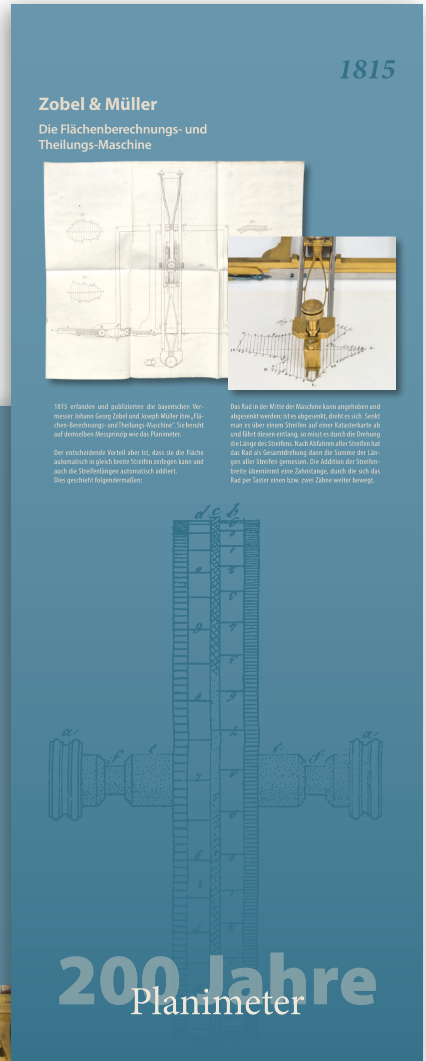
Abb. 33:	Gezeichnete Ansicht der "Additions-Maschine" Deutsches Museum, Buch 1903A1974
Abb. 34:	Flächenberechnungsmaschine von Zobel & Müller Deutsches Museum, Inventarnummer 4606
Abb. 35:	Hansen-Ausfeld-Planimeter von J. Ulmer, Straubing Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung, Inventarnummer 789-40
Abb. 36:	Federzeichnung von Kegel und Rädchen von Johann Martin Hermann Nachlass Bauernfeind, Deutsches Museum, Archiv, NL 49/14
Abb. 37:	Auszug aus dem Manuskript von Johann Martin Hermann Nachlass Bauernfeind, Deutsches Museum, Archiv, NL 49/14
Abb. 38:	Federzeichnung von Kegel und Rädchen von Johann Martin Hermann Nachlass Bauernfeind, Deutsches Museum, Archiv, NL 49/14
Abb. 39:	Auszug aus dem Manuskript von Johann Martin Hermann Nachlass Bauernfeind, Deutsches Museum, Archiv, NL 49/14
Abb. 40:	Federzeichnung von Kegel und Rädchen von Johann Martin Hermann Nachlass Bauernfeind, Deutsches Museum, Archiv, NL 49/14
Abb. 41:	Auszug aus dem Manuskript von Johann Martin Hermann Nachlass Bauernfeind, Deutsches Museum, Archiv, NL 49/14
Abb. 42:	Handzeichnung des Planimeters aus dem Manuskript von Johann Martin Hermann, Nachlass Bauernfeind
Abb. 43:	Planimeterskizze aus dem Nachlass Liebherr Deutsches Museum, München, Bild-Nr. 58319
Abb. 44:	Planimeterskizze (Detail) aus dem Nachlass Liebherr Deutsches Museum, München, Bild-Nr. 58319
Abb. 45-48:	Übergang vom Kegel zur Scheibe Joachim Fischer (CorelDRAW®)
Abb. 49:	Seitenansicht des 1827 fertiggestellten Orthogonalplanimeters von Gonnella, Gonnella 1841; identisch in Favaro 1873, Figur 7 der dort beigegebenen Tafel
Abb. 50:	Orthogonalplanimeter von Oppikofer aus Fischer, 1868, Tafel 14, Figur 1
Abb. 51:	Orthogonalplanimeter von Ernst aus Fischer, 1868, Tafel 6, Figuren 16 und 17
Abb. 52:	Orthogonalplanimeter von Ernst ohne Instrumentennummer, um 1833 Musée des Arts et Métiers, Paris, Inventarnummer 02624 Foto: MNAM
Abb. 53:	Orthogonalplanimeter Wetli-Starke aus Fischer, 1868, Tafel 11, Figur 1

Abb. 54:	Orthogonalplanimeter Wetli-Starke Instrumentennummer 103, um 1862 Science Museum London, Inventarnummer 1923-523 Foto: Science Museum London
Abb. 55:	Orthogonalplanimeter Hansen-Ausfeld aus Fischer, 1868, Tafel 11, Figuren 9 und 10
Abb. 56:	Orthogonalplanimeter Hansen-Ausfeld aus Fischer, 1868, Tafel 11, Figuren 9 und 10
Abb. 57:	Orthogonalplanimeter Hansen-Ausfeld ohne Instrumentennummer, um 1855 TU Dresden, Mathematisches Institut, Inventarnummer 8/92135 Foto: TU Dresden
Abb. 58:	Orthogonalplanimeter von Sang aus Fischer, 1868, Tafel 6, Figur 18
Abb. 59:	Orthogonalplanimeter von Sang ohne erkennbare Instrumentennummer Science Museum London, Inventarnummer 1927-438, Bildnummer 3292 Foto: Science Museum London
Abb. 60-64:	Bewegung von Achse und Messrolle Joachim Fischer (CorelDRAW®)
Abb. 65:	Vorschlag für die Flächenmessung in der Wirklichkeit ("Feldplanimeter") Culmann 1866
Abb. 66:	Abbildung aus Runge 1895, 322
Abb. 67, 68:	Grafiken zum Linear- und Polarpolanimeter Joachim Fischer (CorelDRAW®)
Abb. 69:	Amsler Polarplanimeter Typen 3 (Messing) und 4 (Neusilber) aus einem Amsler-Prospekt um 1888
Abb. 70:	Figur 1 des Miller-Starkeschen Patents von 1855
Abb. 71:	Polarplanimeter Bauart Miller-Stampfer, hergestellt von Starke und Kammerer Instrumentennummer 411, um 1885 (Privatbesitz D)

Ausstellungstafeln

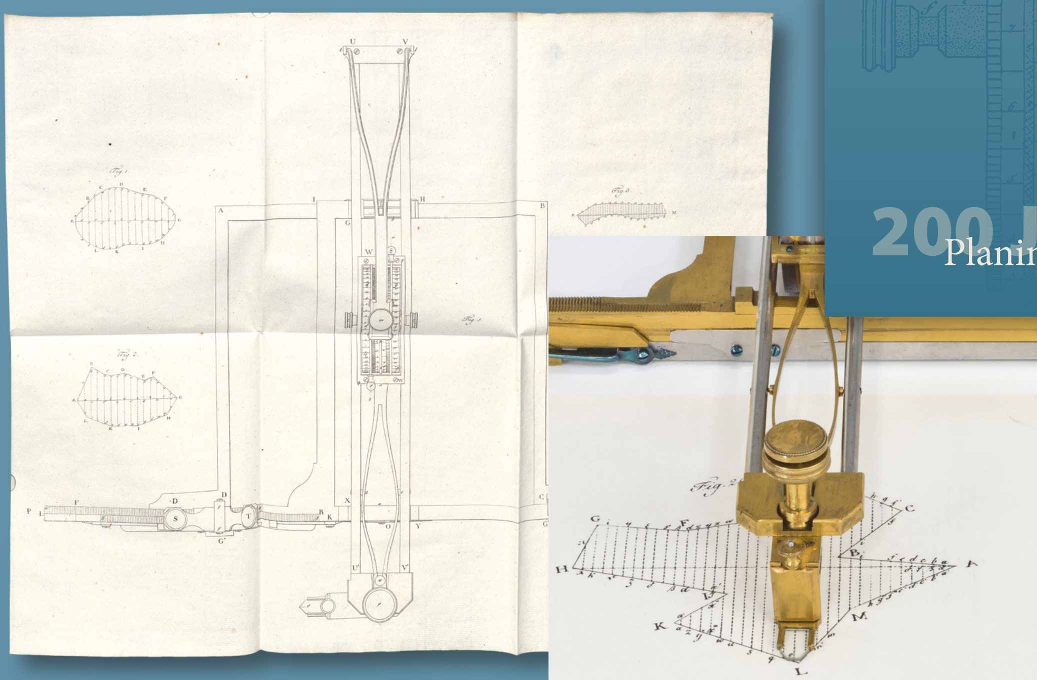

vo
Faden-, Haar- oder Harfenplanimet
N.O. II. 8.
K. Polizeibezirk Ebersberg
Peing
Die Fläche eines Grundstücks soll bestimmt werden.
Das klingt einfach, kann aber schnell kompliziert werden: Denn die meisten Grenzen verlaufen nicht geradlinig, sondern unregelmäßig. Der Flächeninhalt kann also nicht mehr durch Zerlegung in Dreiecke exakt berechnet werden.
Um dennoch einen Näherungswert zu erhalten, kommen Faden-, Haar- oder Harfenplanimeter zum Einsatz.
Planimeter ist ein lateinisch-griechisches Kunstwort und bedeutet „Flächenmesser“.
Die Flächenmessung mit einem Fadenplanimeter funktioniert so:
Man legt das Planimeter auf eine Katasterkarte, sodass es die zu messende Fläche vollständig abdeckt. Durch die Fäden wird die Fläche in parallele Streifen zerlegt – es entstehen schmale Trapeze. Deren Flächeninhalt (F) lässt sich bestimmen, indem man den Mittelwert der Längen (m) dieser Streifen mit deren Abstand (h) multipliziert:
F = m • h


vor 1815
Faden-, Haar- oder Harfenplanimeter
N.O. II. 8.
200 Jahre
Planimeter



Zobel & Müller

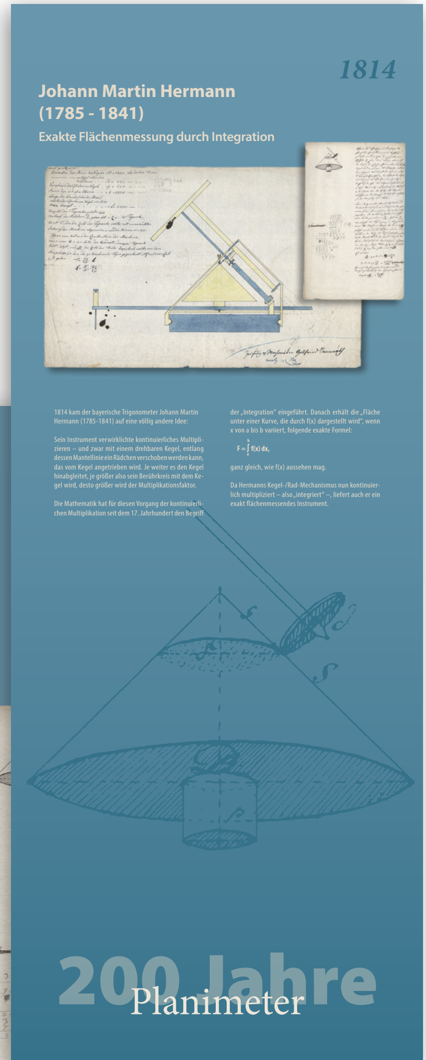
Die Flächenberechnungs- und Theilungs-Maschine



1815 erfanden und publizierten die bayerischen Vermesser Johann Georg Zobel und Joseph Müller ihre „Flächen-Berechnungs- und Theilungs-Maschine“. Sie beruht auf demselben Messprinzip wie das Planimeter.

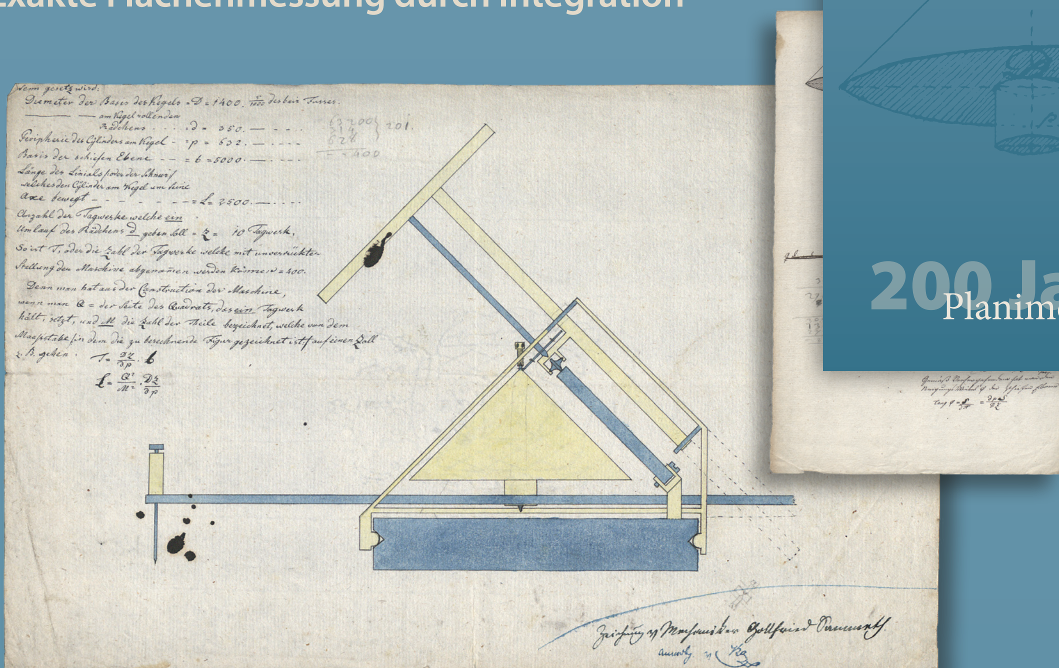
Der entscheidende Vorteil aber ist, dass sie die Fläche automatisch in gleich breite Streifen zerlegen kann und auch die Streifenlängen automatisch addiert.
Dies geschieht folgendermaßen:

Das Rad in der Mitte der Maschine kann angehoben und abgesenkt werden; ist es abgesenkt, dreht es sich. Senkt man es über einem Streifen auf einer Katasterkarte ab und fährt diesen entlang, so misst es durch die Drehung die Länge des Streifens. Nach Abfahren aller Streifen hat das Rad als Gesamtdrehung dann die Summe der Längen aller Streifen gemessen. Die Addition der Streifenbreite übernimmt eine Zahnstange, durch die sich das Rad per Taster einen bzw. zwei Zähne weiter bewegt.



Johann Martin Hermann (1785 - 1841)

Exakte Flächenmessung durch Integration



1814 kam der bayerische Trigonometer Johann Martin Hermann (1785-1841) auf eine völlig andere Idee:

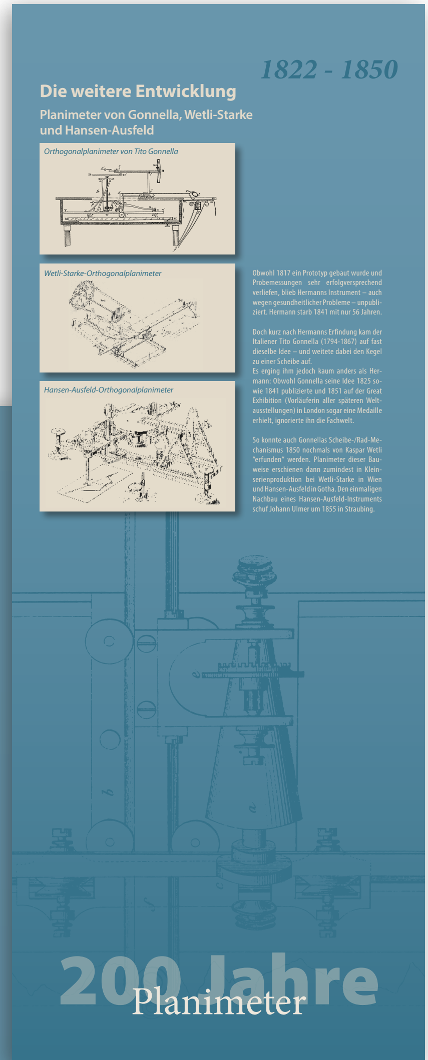
Sein Instrument verwirklichte kontinuierliches Multiplizieren – und zwar mit einem drehbaren Kegel, entlang dessen Mantellinie ein Rädchen verschoben werden kann, das vom Kegel angetrieben wird. Je weiter es den Kegel hinabgleitet, je größer also sein Berührkreis mit dem Kegel wird, desto größer wird der Multiplikationsfaktor.

Die Mathematik hat für diesen Vorgang der kontinuierlichen Multiplikation seit dem 17. Jahrhundert den Begriff der „Integration" eingeführt. Danach erhält die „Fläche unter einer Kurve, die durch f(x) dargestellt wird", wenn x von a bis b variiert, folgende exakte Formel:

$$F = \int_a^b f(x)\,dx,$$

ganz gleich, wie f(x) aussehen mag.

Da Hermanns Kegel-/Rad-Mechanismus nun kontinuierlich multipliziert – also „integriert" –, liefert auch er ein exakt flächenmessendes Instrument.

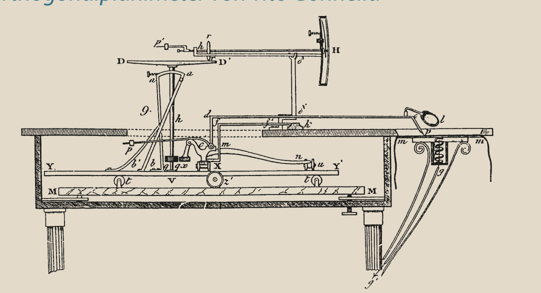


1822

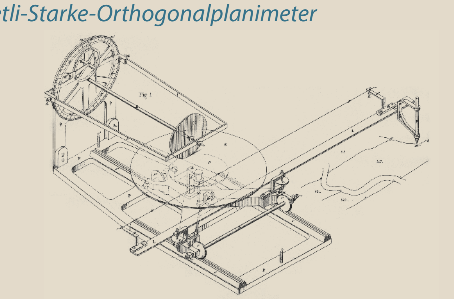
Die weitere Entwicklung

Planimeter von Gonnella, Wetli-Starke und Hansen-Ausfeld

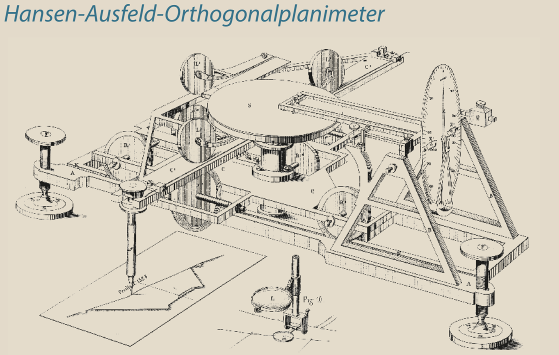
Orthogonalplanimeter von Tito Gonnella



Wetli-Starke-Orthogonalplanimeter



Hansen-Ausfeld-Orthogonalplanimeter



Obwohl 1817 ein Prototyp gebaut wurde und Probemessungen sehr erfolgversprechend verliefen, blieb Hermanns Instrument – auch wegen gesundheitlicher Probleme – unpubliziert. Hermann starb 1841 mit nur 56 Jahren.

Doch kurz nach Hermanns Erfindung kam der Italiener Tito Gonnella (1794-1867) auf fast dieselbe Idee – und weitete dabei den Kegel zu einer Scheibe auf.
Es erging ihm jedoch kaum anders als Hermann: Obwohl Gonnella seine Idee 1825 sowie 1841 publizierte und 1851 auf der Great Exhibition (Vorläuferin aller späteren Weltausstellungen) in London sogar eine Medaille erhielt, ignorierte ihn die Fachwelt.

So konnte auch Gonnellas Scheibe-/Rad-Mechanismus 1850 nochmals von Kaspar Wetli "erfunden" werden. Planimeter dieser Bauweise erschienen dann zumindest in Kleinserienproduktion bei Wetli-Starke in Wien und Hansen-Ausfeld in Gotha. Den einmaligen Nachbau eines Hansen-Ausfeld-Instruments schuf Johann Ulmer um 1855 in Straubing.


1854 - 1986
Die weitere Entwicklung
Polar- und Präzisionsplanimeter
Polarplanimeter von Jakob Amsler
Ott & Coradi Polarplanimeter
Haff Digital-Kompensationsplanimeter
200 Jahre
Planimeter


1854
Die weitere Entwicklung
Polar- und Präzisionsplanimeter
Polarplanimeter von Jakob Amsler
Nº 3 - 4.
Ott & Coradi Polarplanimeter
Haff Digital-Kompensationsplanimeter
Die weitere Entwicklung des Planimeters verlief äußerst rasant:
Schon 1854 gelang Jakob Amsler eine radikale Vereinfachung des Integrier-Mechanismus, sodass sogar auf Kegel oder Scheibe verzichtet werden konnte. Dass man die zu messende Fläche nun einmal vollständig umfahren musste, war zu verschmerzen: Denn das Planimeter bestand jetzt nur noch aus einen zweiarmigen Gelenk und einer Messrolle.
Dies machte das sogenannte Polarplanimeter mit einem Schlag zum Massenartikel. Den Landvermessern und allen anderen Anwendern stand nun ein einfach gebautes und erschwingliches Instrument zur Verfügung.
Daneben entstanden sogenannte Präzisionsplanimeter, die wiederum Amslers einfache Konstruktion mit Gonnellas Scheibe-/Rad-Mechanismus kombinierten.
Damit sind Planimeter in den fast 200 Jahren ihrer Existenz zu ebenso unerlässlichen wie hochpräzisen mathematischen Instrumenten geworden.

Impressum

200 Jahre Planimeter
Ein bayerischer Vermesser und seine geniale Idee
1814-2014

Eine Ausstellung des Landesamtes für Digitalisierung, Breitband und Vermessung in Zusammenarbeit mit Prof. Dr. Joachim Fischer, dem Deutschen Museum und dem Bayerischen Hauptstaatsarchiv

Herausgeber:

Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung
Alexandrastraße 4
80538 München
Telefon: 089 2129-0
Telefax: 089 2129-1537
E-Mail: poststelle@ldbv.bayern.de
Internet: www.geodaten.bayern.de

Redaktion und Gestaltung:

Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung
Referat Öffentlichkeitsarbeit
Alexandrastraße 4
80538 München
Telefon: 089 2129-1000
Telefax: 089 2129-1324
E-Mail: pressestelle@ldbv.bayern.de
Internet: www.geodaten.bayern.de

Druck und Urheberrechte: